Guezouri Abdelkader
www.guezouri.org
2003 - 2023

الوحدة الثـانية

تطوّر جملة ميكانيكية

الدرس الأول

في هذا الدرس:

1 - مقاربة تاريخية لميكانيك نيوتن (طالع محتوى الصفحتين 242 و 243 من الكتاب المدرسي ... هذا يكفيك وزيادة)

2 - عموميات عن الحركات

3 - شرح حركة كوكب أو قمر اصطناعي أو طبيعي

ملخص الدرس

1 - المعلم والمرجع:

جرة المخبر مرجع ندرس بالنسبة له حركة سقوط كرية، هذا لا يكفي لتحديد عناصر الحركة، لهذا نزوّد المرجع بمعلم (O, x, y, z) ثم نختار لحظة نعتبرها مبدأ للزمن.

المرجع السطحي أرضي: نقطة من سطح الأرض (المخبر مثلا): ننسب إليه الحركات بجوار سطح الأرض.

المرجع المركزي أرضي: مركز الأرض مزود بمعلم محاوره متجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة.

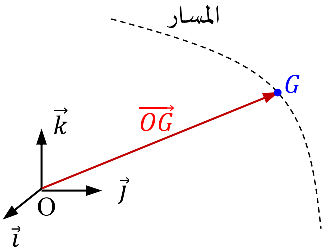
المرجع المركزي شمسي: مركز الشمس مزود بمعلم محاوره متجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة.

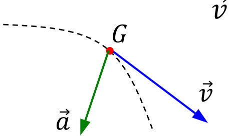
نقول عن مرجع أنه غاليلي (عطالي) إذا كان ثابتا بالنسبة لحركة أو يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمرجع ثابت.

2 - عناصر الحركة:

2 - 1 - شعاع الموضع: هو الشعاع $\overrightarrow{OG}$ الذي يجمع بين مبدأ المعلم وموضع مركز عطالة الجسم عند اللحظة t .

$$\overrightarrow{OG} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$





2 - 2 - شعاع السرعة: هو مشتق شعاع الموضع بالنسبة للزمن: $\vec{v} = \dfrac{d\,\overrightarrow{OG}}{dt}$

يمسّ المسار في نقطة وجود المتحركة.

2 - 3 - شعاع التسارع: هو مشتق شعاع السرعة بالنسبة للزمن.

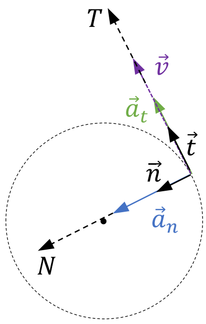
$\vec{a} = \dfrac{d\,\vec{v}}{dt} = \dfrac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2}$ ، وهو المشتق الثاني لشعاع الموضع بالنسبة للزمن.

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} \qquad \vec{v}\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} \end{cases} \qquad \vec{a}\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{d^2y}{dt^2} \\ a_z = \dfrac{dv_z}{dt} = \dfrac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

3 - التسارعان المماسي والناظمي:

في حركة منحنية: شعاع التسارع المماسي هو $\vec{a}_t = \dfrac{dv}{dt}\,\vec{t}$ وطويلته $a_t = \dfrac{dv}{dt}$

طويلة التسارع الناظمي (المركزي) $a_n = \dfrac{v^2}{R}$ ، حيث R : نصف قطر المسار



الحركة الدائرية المنتظمة

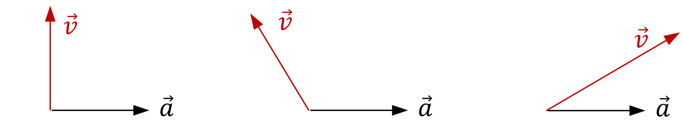
$a_t = 0$

$a = a_n$

4 - طبيعة الحركة:

الحركة متسارعة : $\vec{a} \times \vec{v} > 0$

الحركة متباطئة : $\vec{a} \times \vec{v} < 0$



حركة متسارعة　　حركة متباطئة　　حركة دائرية منتظمة

الحركة مستقيمة منتظمة إذا كان $\vec{a} = 0$ ، ودائرية منتظمة إذا كان $\vec{a} \perp \vec{v}$: $\vec{a} \times \vec{v} = 0$

5 - قوانين نيوتن: (نقتصر على الملخص فقط)

5 - 1 - القانون الأول: في معلم غاليلي إذا كان شعاع سرعة مركز عطالة جملة ثابتا، فإن محصّلة القوى الخارجية المؤثرة على الجملة تكون معدومة.

والعكس كذلك صحيح. $\sum \vec{F}_{ext} = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = cst$

5 - 2 - القانون الثاني:

في معلم غاليلي يكون مجموع القوى الخارجية المؤثّرة على جملة كتلتها m متناسبا في كل لحظة مع تسارع الجملة، أي: $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$.

5 - 3 - القانون الثالث:

إذا أثرت جملة A بفعل ميكانيكي على جملة B مُنَمذج بقوة $\vec{F}_{A/B}$ ، فإن الجملة B تؤثر في نفس الوقت على الجملة A بفعل مُنَمذج بقوة $\vec{F}_{B/A}$ بحيث يكون هذان الفعلان متعاكسين ومرتبطين بالعلاقة : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

6 - حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية:

- يدور كوكب في مسار دائري (فرضا) حول الشمس بسرعة $v = \sqrt{\frac{G\,M_S}{r}}$

G : ثابت الجذب العام، M_S كتلة الشمس، r البعد بين مركزي الشمس والكوكب.

$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ S.I$

- يدور قمر اصطناعي في مسار دائري (فرضا) حول الأرض بسرعة $v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r}}$

M_T كتلة الأرض، r البعد بين مركز الأرض والقمر الصناعي.

الدور (زمن دورة واحدة) : $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\,M}}$ ، M : كتلة الشمس أو الأرض، أو كتلة كوكب آخر بالنسبة لدوران أحد أقماره.

7 - قوانين كبلر:

7 - 1 - القانون الأول: في المرجع الشمسي مركزي تتحرك الكواكب في مدارات إهليلجية حول الشمس، بحيث يكون مركز هذه الأخيرة في أحد محرقي المدارات.

في المرجع الأرضي مركزي تدور الأقمار الاصطناعية في مدارات إهليلجية حيث أحد محرقيها هو مركز الأرض.

7 - 2 - القانون الثاني: (قانون المساحات): يمسح المستقيم الواصل بين مركز الكوكب السيّار ومركز الكوكب الجاذب مساحات متساوية في مُدَد زمنية متساوية.

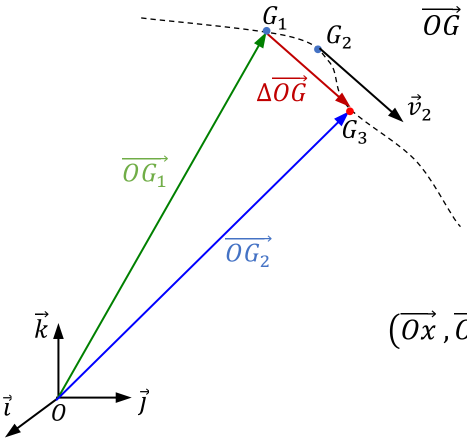
7 - 3 - القانون الثالث: في مرجع شمسي مركزي، تكون النسبة بين مربعات أدوار الكواكب ومكعبات أنصاف المحاور الكبيرة لمداراتها، دائما ثابتة.

لا تتعلّق هذه النسبة إلا بالكوكب أو النجم الجاذب. $\frac{T^2}{a^3} = k$ ، وإذا اعتبرنا المسار دائريا سواء بالنسبة لدوران الكواكب حول الشمس أو الأقمار حول الكواكب: $\frac{T^2}{r^3} = k$

الحركيّات (Kinematic)

1 - شعاع السرعة اللحظية:

يكون المتحرّك عند اللحظة t_1 في النقطة G_1 ، وعند اللحظة t_2 يكون في النقطة G_2 ، ثم يصل للنقطة G_3 عند اللحظة t_3 .



شعاع السرعة عند اللحظة t_2 هو $\vec{v_2} = \dfrac{\overrightarrow{OG_3} - \overrightarrow{OG_1}}{t_3 - t_1}$ ، حيث $\overrightarrow{OG} = x\,\vec{\imath} + y\,\vec{\jmath} + z\,\vec{k}$

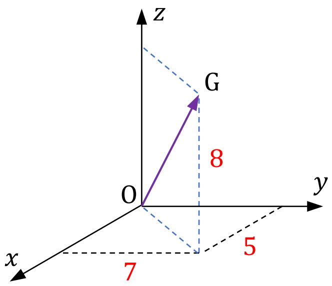
شعاع السرعة يكون موازيا لشعاع الانتقال $(\Delta\,\overrightarrow{OG})$ ، $\Delta\,\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OG_3} - \overrightarrow{OG_1}$

يكون تحديد $\vec{v}_2$ دقيقا كلما اقتربت t_3 من t_1 ، وبالتالي:

شعاع السرعة اللحظية هو المشتق بالنسبة للزمن لشعاع الموضع $\overrightarrow{OG}$: $\vec{v} = \dfrac{d\,\overrightarrow{OG}}{dt}$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy}{dt}\,\vec{\jmath} + \frac{dz}{dt}\,\vec{k}$$

مثال: يتحرك جسم نعتبره نقطة مادية، حيث تُعطى إحداثيات المتحرك في المعلم $(\overrightarrow{Ox}\,,\overrightarrow{Oy}\,,\overrightarrow{Oz})$ عند كل لحظة كما يلي، حيث المسافات بـ m والزمن بـ s .



$$\boldsymbol{x} = 3t - 1$$
$$\boldsymbol{y} = 2t^2 - 1$$
$$\boldsymbol{z} = t^2 + 2t$$

1 - اكتب عبارة شعاع الموضع، ثم عيّن وضع المتحرك عند اللحظة $t = 2\,s$.

2 - اكتب عبارة شعاع السرعة اللحظيّة، ثم احسب طويلة السرعة عند اللحظة $t = 1\,s$.

الحل:

1 - شعاع الموضع هو: $\overrightarrow{OG} = (3\,t - 1)\,\vec{\imath} + (2\,t^2 - 1)\,\vec{\jmath} + (t^2 + 2t)\,\vec{k}$

عند اللحظة $t = 2\,s$ يكون $\overrightarrow{OG} = 5\,\vec{\imath} + 7\,\vec{\jmath} + 8\,\vec{k}$ ، حيث يشغل المتحرك النقطة $G(5\,,7\,,8)\,m$

2 - شعاع السرعة: $\vec{v} = \dfrac{dx}{dt}\vec{\imath} + \dfrac{dy}{dt}\vec{\jmath} + \dfrac{dz}{dt}\vec{k}$ ، أي $\vec{v} = 3\vec{\imath} + 4t\,\vec{\jmath} + (2t + 2)\vec{k}$

عند اللحظة $t = 1\,s$ يكون $\vec{v} = 3\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath} + 4\,\vec{k}$

طويلة السرعة عند $t = 1\,s$: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{9 + 16 + 16} = 6{,}4\,m/s$

2 - شعاع التسارع اللحظي:

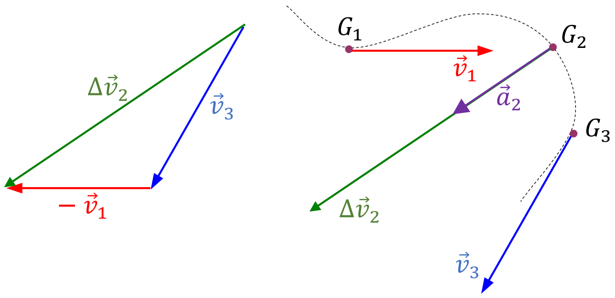
يُعبّر شعاع التسارع عن تغيّر شعاع السرعة خلال الزمن. شعاع التسارع محمول على شعاع التغير في السرعة $(\Delta\vec{v})$.

يكون المتحرّك عند اللحظة t_1 في النقطة G_1 ، وعند اللحظة t_2 يكون في النقطة G_2 ، ثم يصل للنقطة G_3 عند اللحظة t_3 .

شعاع التسارع عند اللحظة t_2 هو : $\vec{a}_2 = \dfrac{\vec{v}_3 - \vec{v}_1}{t_3 - t_1} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

كلما اقترب t_3 من t_1 يكون تحديد شعاع التسارع دقيقا أكثر.

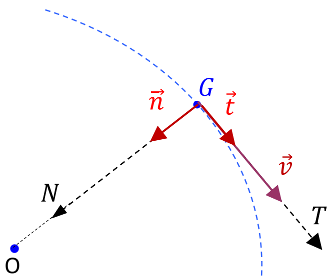
عندما ينتهي t_3 نحو t_1 يصبح $\vec{a}$ مشتق شعاع السرعة بالنسبة للزمن



$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\vec{\imath} + \frac{dv_y}{dt}\,\vec{\jmath} + \frac{dv_z}{dt}\,\vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{\imath} + \frac{d^2y}{dt^2}\,\vec{\jmath} + \frac{d^2z}{dt^2}\,\vec{k}$$

3 - التسارع المماسي والتسارع الناظمي (المركزي):

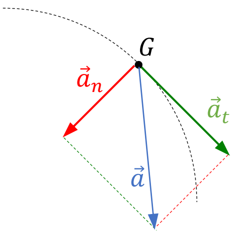


نعتبر متحركا G على مسار منحني، ننسب حركته إلى معلم $(G, \vec{u}, \vec{n})$ محوراه متعامدان، أحدهما يمس المسار عند كل لحظة والآخر متجه نحو مركز المسار (O).

شعاع السرعة يكون دائما محمولا على المماس، ومنه نكتب:

$\vec{v} = v\,\vec{t}$ ، وباشتقاق هذه العلاقة بالنسبة للزمن: $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \times \vec{t} + v \times \frac{d\vec{t}}{dt}$

(للتذكير: شعاع الوحدة $\vec{t}$ متغير، لأنّ منحاه يتغير أثناء الحركة)، ومنه التسارع $\vec{a}$ عبارة عن



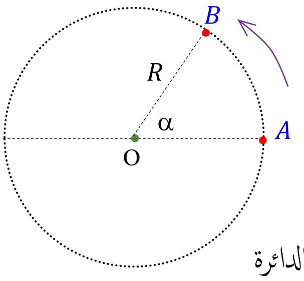
تسارعين: التسارع المماسي: محمول على المماس، حيث $\vec{a}_t = \frac{dv}{dt}\,\vec{t}$ طويلته $\boldsymbol{a_t = \frac{dv}{dt}}$

التسارع الناظمي: متجه نحو المركز (فيسمى المركزي) $\vec{a}_n = v\frac{d\vec{t}}{dt}$ ، طويلته تُقبل في السنة الثالثة بدون

برهان $\boldsymbol{a_n = \frac{v^2}{R}}$ ، حيث R هو نصف قطر المسار.

التحليل البعدي لعبارة التسارع: $[a] = \frac{L\,T^{-1}}{T} = L\,T^{-2}$ ، وبالتالي وحدة قياس التسارع هي m/s^2 .

♦ **الحركة الدائرية المنتظمة**



المسار دائري، تسارعها المماسي معدوم لأنه مشتق السرعة بالنسبة للزمن، ونعلم أن طويلة السرعة ثابتة.

تسارع هذه الحركة هو التسارع الناظمي فقط $\boldsymbol{a_n = \frac{v^2}{R}}$.

عندما يتحرك جسم على محيط دائرة، مثلا من A إلى B ، تكون المسافة المقطوعة هي القوس $\widehat{AB}$

وبما أن طويلة السرعة ثابتة، فإنّ المدّة المستغرقة هي $t = \frac{\widehat{AB}}{v}$

دور الحركة: هو الزمن اللازم لدورة تـامة، ونرمز له بـ T ، حيث لمّا يكون $t = T$ يكون القوس هو محيط الدائرة

وبالتالي $\boldsymbol{T = \frac{2\pi R}{v}}$.

♦ **تطبيق قوانين نيوتن على حركة الكواكب والأقمار**

نسمي جُرْما سماويّا كل جسم موجود في الفضاء الخارجي.

الكوكب هو كل جرم سماوي يدور حول نجم (دوران زحل حول الشمس مثلا).

القمر هو كل جرم سماوي يدور حول كوكب (زحل له أقمار تدور حوله، والأرض لها قمر طبيعي يدور حولها، وأقمار اصطناعية كذلك).

ننسب حركة الأقمار الاصطناعية إلى المرجع الجيو مركزي (مركزي أرضي)، وننسب حركة الكواكب للمرجع الهيليومركزي (شمسي مركزي).

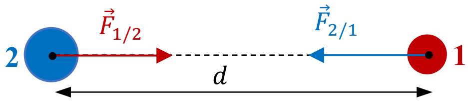
ننسب مثلا حركة القمر $Phobos$ لمرجع مركزي مرّيخي، لأن القمر فوبوس يدور حول المريخ. (فوبوس طبيعي وليس اصطناعي).

1 - قانون الجذب العام:

يتجاذب جسمان كتلتاهما m_1 و m_2 البعد بين مركزي عطالتها d بقوة شدّتها $\boldsymbol{F_{1/2} = F_{2/1} = G\,\frac{m_1 \,.\, m_2}{d^2}}$

حيث G هو ثابت الجذب العام، أو نسميه الثابت الكوني وقيمته

$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ S.I$



2 - القوة التي يخضع لها القمر الاصطناعي:

يُحمل القمر الاصطناعي بواسطة مركبة فضائية إلى ارتفاع محدّد عن سطح الأرض، ثم تُعطى له سرعة شعاعها عمودي على المحور الواصل بين مركز عطالته ومركز الأرض، فيبقى في سقوط دائم.

القوة المؤثّرة على القمر الاصطناعي هي قوة جذب الأرض له $\boldsymbol{F_{T/s} = m_s\,g = G\,\frac{m_s\,M_T}{(R_T+h)^2}}$

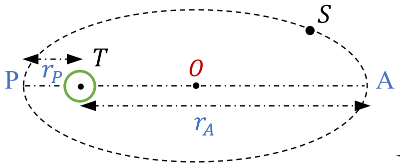
m_s: كتلة القمر الاصطناعي، M_T : كتلة الأرض، R_T : نصف قطر الأرض، h : البعد بين القمر الاصطناعي وسطح الأرض.

كتلة الأرض: $M_T \approx 6 \times 10^{24} kg$ ، ونصف قطرها المتوسط $R_T \approx 6400\ km$ ، g : التسارع الأرضي على الارتفاع h .

نعتبر مركز عطالة الأرض هو مركزها الهندسي، ونقول: كتلة الأرض موزّعة تناظريًا على حجمها.

3 - مدار القمر الاصطناعي:

يمكن أن تكون مدارات الأقمار الاصطناعية دائرية أو إهليلجية، ولها اتجاهات مختلفة، وتكون على ارتفاعات منخفضة (حوالي $250\ km$) أو ارتفاعات عالية (تفوق $30000\ km$)، وهذا يتعلّق بالهدف الذي أطلقَ من أجله القمر الاصطناعي.



مستوى مدار القمر الاصطناعي يجب أن يشمل مركز الأرض.

المدار الإهليلجي: (أو الإهليجي)

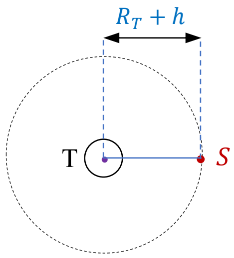
في مثل هذه المدارات يمرّ القمر الاصطناعي بأقرب نقطة لمركز الأرض (P) ، تسمّى الحضيض أو نقطة الرأس الأقرب، وبأبعد نقطة عن مركز الأرض (A) ، وتسمّى الأوْج أو نقطة الرأس الأبعد.

ملاحظة: هذه التسميات نطلقها على حركة الكواكب حول الشمس أو الأقمار حول الكواكب في اللغة العربية.

إنّ القمر الاصطناعي $Heos\ 1$ الذي وُضع على مداره سنة 1968 كان بعده عن سطح الأرض في P $h_P = 418\ km$ وفي النقطة A كان بعده عن سطح الأرض $h_A = 223440\ km$.

نسمي في الشكل الاهليلجي المسافة $PA = 2a$ المحور الأعظم للإهليلج، حيث $OP = OA = a$.

البعد بين مركز الأرض والحضيض هو r_P ، والبعد بين مركز الأرض والأوج هو r_A ، حيث $\boldsymbol{r_A + r_P = 2a}$

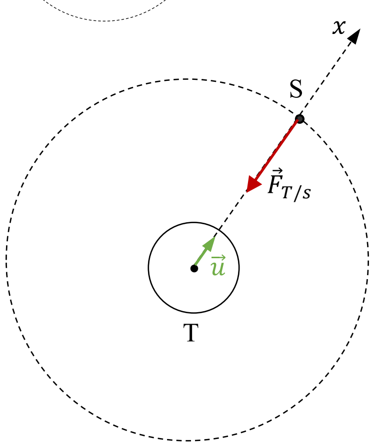


المدار الدائري:

في المدار الدائري يبقى القمر الاصطناعي أثناء دورانه على بعد ثابت عن مركز الأرض، وهذا البعد هو

$$r = R_T + h$$

4 - دراسة حركة القمر الاصطناعي على مدار دائري:



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع جيومركزي، نعتبره غاليليا بما فيه الكفاية، أي نعتبر أن أثناء الدراسة يقطع مركز الأرض حول الشمس قوسا يمكن اعتباره خطا مستقيما، فتكون حركة مركز الأرض مستقيمة منتظمة، وهذا هو شرط أن يكون المرجع الجيومركزي عطاليا.

نهمل كل التأثيرات على حركة القمر الاصطناعي، ما عدا تأثير الأرض.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على حركة القمر الاصطناعي: $\sum \vec{F}_{ext} = m_s \vec{a}$

تُكتب في المحور الموجه $\overrightarrow{Ox}$ المزوّد بشعاع الوحدة $\vec{u}$ عبارة القوّة $\vec{F}_{T/s}$ بالشكل :

$$\vec{F}_{T/s} = -G\,\frac{m_s\,M_T}{(R_T + h)^2}\,\vec{u}$$

وبالتالي $-G\,\frac{m_s\,M_T}{(R_T + h)^2}\,\vec{u} = m_s\vec{a}$ ، أي أنّ التسارع هو $\vec{a} = -G\,\frac{M_T}{(R_T + h)^2}\,\vec{u}$

نلاحظ حسب هذه العبارة الأخيرة أن شعاع التسارع متجه نحو مركز الأرض، لأنه معاكس مباشرة لشعاع الوحدة $\vec{u}$ ، وبالتالي هو تسارع ناظمي، إذن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة.

تسارع القمر الاصطناعي هو التسارع الناظمي، حيث $\boldsymbol{a_n = G\,\frac{M_T}{(R_T + h)^2} = g}$ ، حيث g هو التسارع الأرضي على الارتفاع h .

5 - سرعة القمر الاصطناعي:

سرعة القمر الاصطناعي ثابتة في الطويلة $v^2 = a_n \times (R_T + h) = G\,\frac{M_T}{(R_T+h)^2}(R_T + h)$.

$$\boldsymbol{v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{(R_T + h)}}}$$

التحليل البعدي للثابت الكوني G :

لدينا $F = G\,\frac{m_s\,M_T}{(R_T + h)^2}$ ، ومنه $G = \frac{F \times (R_T + h)^2}{m_s\,M_T}$ ، وبالتالي $[G] = \frac{M\,L\,T^{-2}\,L^2}{M^2} = L^3\,M^{-1}\,T^{-2}$ ، أي الوحدة هي $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

اختصارا نقول $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ S.I$ ؛ حيث $S.I$ معناه: جملة الوحدات الدولية.

6 - دور القمر الاصطناعي: هو الزمن اللازم لكي يقوم القمر الاصطناعي بدورة كاملة.

خلال دورة كاملة يقطع القمر الاصطناعي المسافة $d = 2\pi(R_T + h)$ (محيط الدائرة التي يرسمها القمر الاصطناعي).

بما أن حركة القمر الاصطناعي منتظمة، فإن المدّة المستغرقة خلال دورة واحدة (الدور) هي $T = \frac{2\pi\,(R_T+h)}{v}$

وبتعويض عبارة السرعة: $T = \frac{2\pi\,(R_T+h)}{\sqrt{\frac{G\,M_T}{(R_T+h)}}}$ ، $T^2 = \frac{4\pi^2\,(R_T+h)^2}{\frac{G\,M_T}{(R_T+h)}}$ ، ومنه $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G\,M_T}}$

إذا كان المسار إهليلجيا لا تكون الحركة منتظمة، ويعطى الدّور بدون برهان $T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{G\,M_T}}$ ، حيث a : نصف المحور الأكبر.

ملاحظة: يمكن حساب سرعة القمر الاصطناعي في الأوج بالعلاقة $v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r_A}}$ ، وفي الحضيض بالعلاقة $v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r_P}}$

إذا كان $r_A \approx r_P \approx a$ (انظر للتمرين 17 في الكتاب المدرسي - صفحة 284).

القمر الاصطناعي المستقر أرضيا: (جيو مستقر)

القمر الاصطناعي المستقر أرضيا (الجيومستقرّ) هو القمر الاصطناعي الذي يدور في مدار مستواه يشمل خط الاستواء، ودوره يساوي الدور اليومي للأرض $(24\,h)$ ، ويدور في جهة دوران الأرض. يظهر هذا القمر الاصطناعي ثابتا في مرجع سطحي أرضي.

ارتفاع هذا القمر الاصطناعي عن سطح الأرض هو h ، حيث $(R_T + h)^3 = \frac{T^2 \times G\,M_T}{4\pi^2}$ ، $R_T + h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \times G\,M_T}{4\pi^2}}$

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \times G\,M_T}{4\pi^2}} - R_T = \sqrt[3]{\frac{(8644)^2 \times 4 \times 10^{14}}{4 \times (3{,}14)^2}} - 64 \times 10^5 = 3{,}59 \times 10^7 m \approx 36000\;km$$

سرعة القمر الاصطناعي المستقر أرضيا $v = \frac{2\pi\,(R_T+h)}{T} = \frac{6{,}28 \times 42400 \times 10^3}{24 \times 3600} = 3081\;m/s$ ، $v \approx 3{,}1\;km/s$

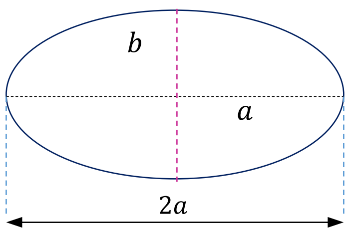
7 - قوانين كبلر:

7 - 1 - القطع الناقص:

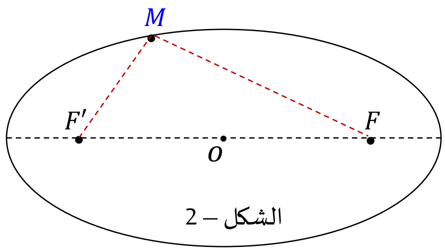
هو شكل هندسي (الشكل - 1) تحقق نقطه

العلاقة: $MF + MF' = 2a$

(سميناه سابقا الشكل الإهليلجي)



الشكل - 1

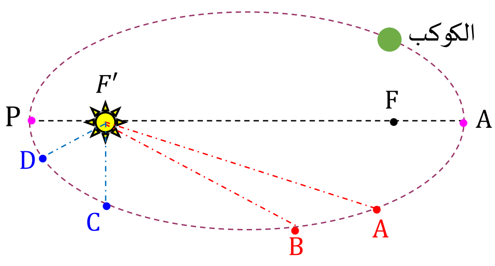


الشكل – 2

F و F' هما محرقا القطع الناقص و a هو نصف محوره الأكبر، b : هو نصف المحور الأصغر (لا حاجة لنا به هنا). (الشكل - 2)

7 - 2 - القانون الأول:

تدور الكواكب حول الشمس في مدارات إهليلجية، بحيث يكون أحد محرقيها هو مركز الشمس، وذلك في المرجع الشمسي مركزي، ونفس الشيء، بالنسبة للأقمار الاصطناعية حول الأرض بحيث يكون مركز الأرض هو أحد محرقي مساراتها الإهليلجية، وذلك في المرجع المركزي أرضي.



الشكل – 3

ملاحظة: نعتبر أحيانا هذه المسارات دائرية من أجل التبسيط.

7 - 3 - القانون الثاني: (قانون المساحات)، (الشكل 3)

المساحات التي يمسحها المستقيم الواصل بين مركز الكوكب ومركز الشمس تكون متساوية في مُدد زمنية متساوية. أي أن سرعة الكوكب تزداد عندما يقترب من الشمس وتتناقص عندما يبتعد عنها.

المساحتان $F'AB$ و $F'CD$ متساويتان إذا كانت المدة التي يستغرقها الكوكب من A إلى B تساوي المدة التي يستغرقها من C إلى D .

سرعة الكوكب تكون عظمى بجوار النقطة P ، وتكون سرعته صغرى بجوار النقطة A .

7 - 4 - القانون الثالث:

في مرجع شمسي مركزي تكون النسبة ثابتة بين مربع أدوار الكوكب ومكعّب أنصاف المحاور الكبرى للمسارات.

أي أن بالنسبة للكواكب P_1 ، P_2 ، P_3 التي أدوارها حول الشمس T_1 ، T_2 ، T_3 يكون : $\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \frac{T_3^2}{a_3^3} = K$ (1)

دور الكوكب هو T ، حيث $T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{G\,M_S}}$. M_S كتلة الشمس، $M_S \approx 2 \times 10^{30}\ kg$

ونفس الشيء بالنسبة للأقمار الاصطناعية حول الأرض في المعلم المركزي أرضي.

إذا اعتبرنا مدار الكوكب حول الشمس دائريا يكون الدور $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\,M_S}}$ ، حيث r : البعد بين مركزي الكوكب والشمس.

وتكون سرعة الكوكب $v = \sqrt{\frac{G\,M_S}{r}}$.

من العلاقة (1) نستنتج:

$K = \frac{4\,\pi^2}{GM_S}$ بالنسبة للكواكب

$K = \frac{4\,\pi^2}{GM_T}$ بالنسبة للأقمار الاصطناعية والقمر الطبيعي للأرض

$K = \frac{4\,\pi^2}{GM_P}$ بالنسبة للأقمار التي تدور حول كوكب كتلته M_P

كل ما ذكرناه سابقا يُطبّق كذلك على حركة الأقمار حول الكواكب، وعلى سبيل المثال قمرا المرّيخ *Phobos* و *Déimos* .

ملاحظة:

في حالة كوكب يدور حول الشمس في مسار دائري (نعتبره دائريا)، فإن دراسة حركته هي نفس الدراسة التي قمنا بها سابقا لحركة قمر اصطناعي حول الأرض، أي نبيّن أن تسارع الكوكب متجه نحو مركز الشمس، وذلك لنثبت أن حركة الكوكب منتظمة.