متقنة دالي ابراهيم الجديدة

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

عام: 2008 / 2009
الأقسام: 3 ع ت
المدة: 2سا

التمرين الأول: (06 نقط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$.

$$f(x)=xe^{x}-x-1$$

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

① Ⓐ احسب النهايات عند $+\infty$ ؛ $-\infty$ للدالة f.

Ⓑ بين أن المستقيم (Δ) معادلته $y=-x-1$ مستقيما مقاربا لـ $(\mathcal{C}_f)$

Ⓒ ادرس الوضعية النسبية لـ (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$.

② Ⓐ بين أن: من اجل كل x من $\mathbb{R}$

$$f'(x)=xe^{x}+e^{x}-1$$

Ⓑ ادرس اشارة $e^{x}-1$ و اشارة xe^{x} ثم استنتج اشارة $f'(x)$

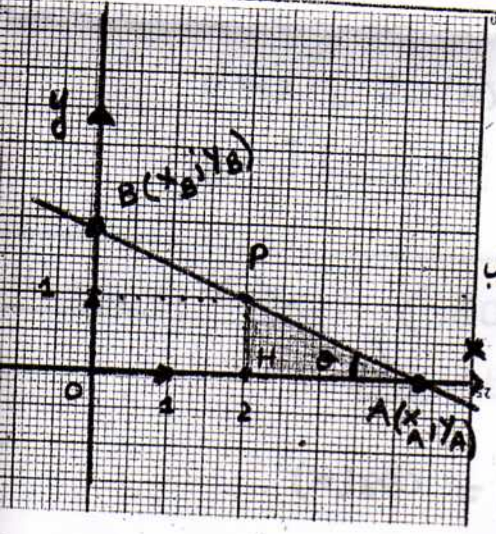
Ⓒ اعطي جدول تغيرات f.

③ ارسم $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيم (Δ).

التمرين الثاني: (05 نقط).

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

- P نقطة: $P(2;1)$
- مستقيم يشمل P يقطع (Ox) ؛ (Oy) في A وB على الترتيب مع ترتيبة B أكبر من 1.
- θ قياس بالراديان للزاوية $O\hat{A}B$: $0<\theta<\frac{\pi}{2}$



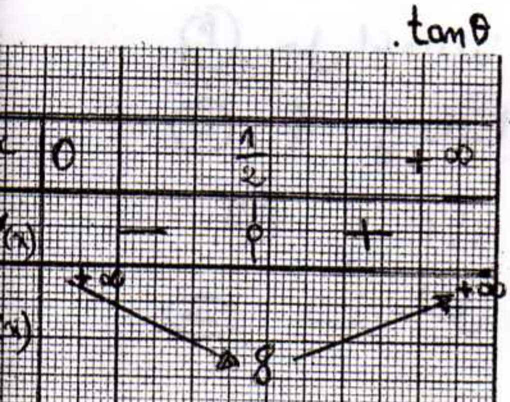
(I) Ⓐ تأكد أن: $\tan\theta=\frac{y_B}{x_A}$ ؛ $\tan\theta=\frac{1}{x_A-2}$

Ⓑ استنتج قيمة x_A ، y_B بدلالة $\tan\theta$.

Ⓒ احسب مساحة المثلث OAB بدلالة $\tan\theta$.

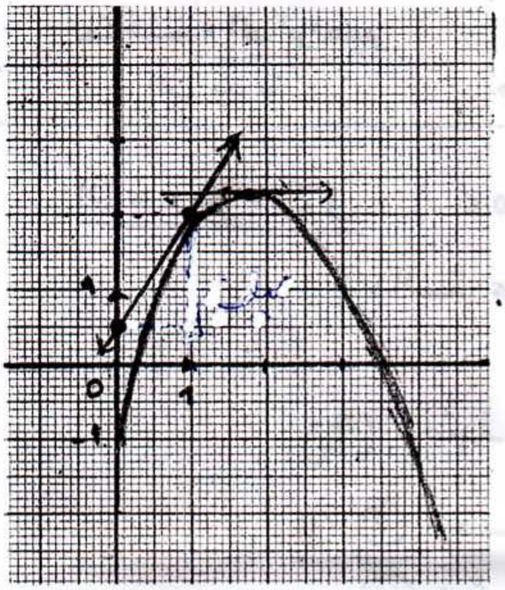
(II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$:

$$f(x)=\left(2+\frac{1}{x}\right)(1+2x)$$



بتزر نتائج جدول التغيرات المقابل

II استنتج مساحة أصغر مساحة ممكنة للمثلث OAB.



التمرين الثالث (03 نقط)

الشكل الموالي هو تمثيل بياني لـ f

(معرفة وقابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$

(المماسين المرسومين عند نقطتين فاصلتاهما 1 ، $\frac{16}{9}$

① بقراءة بيانية احسب $f(1)$ ؛ $f'(1)$

② تقبل من أجل $x>0$:

$$f(x) = a + bx\left(2-\sqrt{x}\right).$$

Ⓐ بين أن : $f'(x) = b\left(2-\frac{3}{2}\sqrt{x}\right)$ مع $x>0$.

Ⓑ باستعمال القيم $f(1)$ ؛ $f'(1)$ السابقة عين العددين a ، b .

التمرين الرابع : (03 نقط) .

f ؛ g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$.

$$g(x) = x^3+3x+8 \;؛\quad f(x) = \frac{x^3-4}{x^2+1}$$

1) بين أن $g(x)=0$ تقبل حلاً على الأقل α : $-1{,}52 < \alpha < -1{,}51$

2) تأكد أن : $\frac{f(\alpha)}{\alpha} = \frac{3}{2}$.

التمرين الخامس : (03 نقط)

لتكن المعادلتين التفاضليتين معرفتين على $]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$

$$① \ldots y' + (1+\tan(x))\,y = \cos(x).$$

$$② \ldots y' + y = 1$$

Ⓐ حل المعادلة التفاضلية ②

Ⓑ f ، g دالتان معرفتان على $]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$: $f(x) = g(x).\cos(x)$

تبين : اذا f حل للمعادلة ① اذا وفقط اذا g حل للمعادلة ②

Ⓒ عين الحل f للمعادلة ① وتحقق $f(0)=0$

انتهى . $\left(\frac{2}{2}\right)$