الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقط)

تعيين الجواب الصحيح مع التعليل

1)الجواب هوالصحيح هو: أ) لأن:
الشعاع الناظم لـ (p)لا يوازي شعاع توجيه لـ(D)

2)الجواب هوالصحيح هو: ب) لأن:
$I=(e\ln e-e)-(1\ln 1-1)=1$

3) الجواب هوالصحيح هو: جـ) لأن:
$\lim_{x\to+\infty}(x+1+e^{-x})=+\infty+0$

4) الجواب هوالصحيح هو: ب) لأن:
$y'=2e^{2x}$ تحقق صحة المعادلة الوردة في ب)

التمرين الثاني (05 نقط)

أ)أثبات أنه من أجل كل z من $\mathbb{C}$ فإن: $\overline{p(z)}=p(\bar{z})$

$$\overline{p(z)}=\overline{z^4-2\sqrt{3}z^3+8z^2-8\sqrt{3}z+16}$$
$$=\bar{z}^4-2\sqrt{3}\bar{z}^3+8\bar{z}^2-8\sqrt{3}\bar{z}+16=p(\bar{z})$$

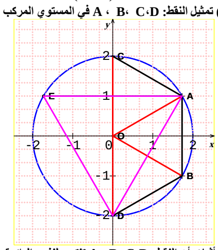
ب) التحقق أن: $p(\sqrt{3}+i)=p(-2i)=0$

$$p(\sqrt{3}+i)=(\sqrt{3}+i)^4-2\sqrt{3}(\sqrt{3}+i)^3+8(\sqrt{3}+i)^2-8\sqrt{3}(\sqrt{3}+i)+16$$
$$=(8\sqrt{3}i-8)-2\sqrt{3}(8i)+8(2+2\sqrt{3}i)-8\sqrt{3}(\sqrt{3}+i)+16$$
$$=8\sqrt{3}i-8-16\sqrt{3}i+16+16\sqrt{3}i-8\sqrt{3}i-24+16=0$$
$$p(-2i)=(-2i)^4-2\sqrt{3}(-2i)^3+8(-2i)^2-8\sqrt{3}(-2i)+16$$
$$=16-16\sqrt{3}i\ \ -32+16\sqrt{3}i+16=0$$

أستنتاج الجذرين الآخرين p(z)

بمأن $p(\sqrt{3}+i)=p(-2i)=0$ فإن:
كلا من $-2i$، $\sqrt{3}+i$ هما جذرين لـ $p(z)$
وبمأن $\overline{p(z)}=p(\bar{z})$ فإن الجذرين الآخرين لـ $p(z)$ هما:
$\overline{(\sqrt{3}+i)}=\sqrt{3}-i$ و $\overline{-2i}=2i$

2-أ) تمثيل النقط: A ، B، C،D في المستوي المركب



ب) أثبات أن النقط: A ، B، C،D تنتمي لنفس الدائرة

من الشكل السابق نلاحظ أن: $|z_A|=|z_B|=|z_C|=|z_D|=2$
ومنه النقط A ، B، C،D تنمتي لنفس الدائرة التي مركزها o ونصف قطرها 2 (أنظر الشكل أعلاه).

3- أ) بين ان $\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$

لدينا: $\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=\frac{\sqrt{3}+3i}{-\sqrt{3}+3i}=\frac{1+\sqrt{3}i}{-1+\sqrt{3}i}=\frac{2e^{i\frac{\pi}{3}}}{2e^{i\frac{2\pi}{3}}}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$

التفسير الهندسي للمساواة

$\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ معناه $\left|\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}\right|=|e^{-i\frac{\pi}{3}}|=1$
معناه $AC=EC$

$\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ معناه $\arg(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CE})=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$

ب)تبيين أن A هي صورة E بالدوران $r(C,-\frac{\pi}{3})$

A هي صورة E بالدوران $r(C,-\frac{\pi}{3})$ معناه

لدينا: $\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ تكافئ $z_A-z_C=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_E-z_C)$

ومنه: $z_A=e^{-i\frac{\pi}{3}}z_E+(1-e^{-i\frac{\pi}{3}})z_C$

نلاحظ أن: $z_C=\frac{e^{-i\frac{\pi}{3}}}{(1-e^{-i\frac{\pi}{3}})}$ حيث z_C لاحقة المركزC

أي أن A هي صورة E بالدوران $r(C,-\frac{\pi}{3})$

استنتج طبيعة المثلث AEC

من الجواب السابق لدينا أن : $AC=EC$ و $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CE})=\frac{\pi}{3}$
ومنه نستنتج أن المثلث AEC متقايس الأضلاع

التمرين الثالث (04 نقط)

1- أ)عين أساس هذه المتتالية ، وأحسب U_n بدلالة n

لدينا: $U_0=1$ و $\ln U_1+\ln U_2=-3\pi$
ومنه: $\ln U_1\times U_2=-3\pi$ معناه $\ln U_0q\times U_0q^2=-3\pi$
أي : $\ln U_0^2q^3=-3\pi$ معناه: $U_0^2q^3=e^{-3\pi}$
وبمأن: $U_0=1$ فإن: $q^3=(e^{-\pi})^3$ إذن: $\boxed{q=e^{-\pi}}$
لدينا: $U_n=U_0\times q^n=1.e^{-n\pi}$ أي : $\boxed{U_n=e^{-n\pi}}$

ب)أحسب P_{n+1} بدلالة n ، ثم جد $\lim_{n\to+\infty}(P_{n+1})$

لدينا: $P_{n+1}=U_0+U_1+......+U_n$
ومنه: $P_{n+1}=U_0\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right)$ أي: $\boxed{P_{n+1}=1\left(\frac{(e^{-\pi})^{n+1}-1}{(e^{-\pi})-1}\right)}$
لدينا: $\lim_{n\to+\infty}(P_{n+1})=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{(e^{-\pi})^{n+1}-1}{(e^{-\pi})-1}\right)=\frac{-1}{e^{-\pi}-1}$
لأن : $\lim_{n\to+\infty}(e^{-\pi})^{n+1}=0$

2- أ)تبين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها

(V_n) متتالية حسابية معناه $V_{n+1}-V_n=r$ من أجل كل $n\in\mathbb{N}$
لدينا: $V_n=\ln(U_n)$
ومنه: $V_{n+1}-V_n=\ln(U_{n+1})-\ln(U_n)$
$=\ln\frac{U_{n+1}}{U_n}=\ln q=\ln e^{-\pi}=-\pi$
ومنه (V_n) متتالية حسابية أساسها $\boxed{r=-\pi}$

ب)أحسب S_{n+1} بدلالة n، ثم بين أن $\sin(S_{n+1})=0$

لدينا: $S_{n+1}=V_0+V_1+......+V_n$
ومنه: $S_{n+1}=\frac{n+1}{2}(V_0+V_n)$

حساب V_0 و V_n

لدينا: $V_n=\ln(U_n)$ ومنه: $V_0=\ln(U_0)=0$
وعليه: $V_n=\ln(e^{-n\pi})=-n\pi$
ومنه: $S_{n+1}=\frac{n+1}{2}(-n\pi)$ أي: $\boxed{S_{n+1}=-\frac{n(n+1)\pi}{2}}$
$\sin(S_{n+1})=\sin(-\frac{n(n+1)\pi}{2})=\sin(k\pi)=0$
لأن $n(n+1)$ هوعدد زوجي ونعبر عليه بـ2k حيث: $k\in\mathbb{Z}$

3- أ) حساب π_{n+1} بدلالة n .

لدينا: $\pi_{n+1}=U_0\times U_1\times......\times U_n$
$=U_0\times U_0q\times U_0q^2......\times U_0q^n$
$=(U_0)^{n+1}\times q^{1+2+....+n}=(U_0)^{n+1}\times q^{\frac{n(n+1)}{2}}$
وأخيرا: $\boxed{\pi_{n+1}=e^{-\frac{n(n+1)\pi}{2}}}$

ب) تعيين الحد U_p بحيث يكون : $\pi_{p+1}=e^{-6\pi}$

لدينا: $\pi_{p+1}=e^{-6\pi}$ معناه $\boxed{e^{-\frac{p(p+1)\pi}{2}}=e^{-6\pi}}$
ومنه: $\frac{p(p+1)}{2}=6$ أي $p(p+1)=3\times4$ إذن: p=3:
وعليه الحد $\boxed{U_p=e^{-3\pi}}$

التمرين الرابع (07 نقط)

أولا: أ) تكملة جدول تغيرات الدالة g

x	-1	α	+∞
g'(x)		+	
g(x)	−∞ ↗	0	↗ +∞

ب) تبيين ان المعادلة g(x)=0 تقبل حلا وحيدا α

الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على I(جدول التغيرات)
ولدينا: $g(0,76)=-0,001$ و $g(0,77)=0,006$
من المعطيات السابقة وحسب مبرهنة القيم المتوسطة نستنتج أن المعادلة g(x)=0 تقبل حلا وحيد α في المجال I.

جـ) استنتج اشارة g(x) على المجال] -1 ، +∞ [.

من جدول تغيرات الدالة g والإستنتاج السابق نستنتج إشارة العبارة g(x) كما في الجدول التالي:

x	-1	α	+∞
g(x)	-	0	+

ثانيا:أ)أثبات أن $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ **،حساب** $\lim_{x\to-1}f(x)$

* ح.ت.ع $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}[x\ln(x+1)-x]$
$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}x[\ln(x+1)-1]=+\infty$
* $\lim_{x\to-1}f(x)=\lim_{x\to-1}[-1\ln(x+1)+1]=+\infty$

ب)تبين: $f'(x)=g(x)$ **وكتابة جدول تغيرات الدالة f.**

لدينا:f قابلة للإشتقاق من أجل كل x من] -1 ، +∞ [:
حيث : $f'(x)=1\times\ln(x+1)+x\times\frac{1}{x+1}-1$
$f'(x)=\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}-\frac{x-1}{x+1}$
$f'(x)=\ln(x+1)-\frac{1}{x+1}=g(x)$
إشارة f'(x) هي حسب إشارة g(x)

x	-1	α	+∞
f'(x)	-		+
f(x)	+∞ ↘	f(α)	↗ +∞

جـ) تبيّن أن : $f(\alpha)=-\dfrac{\alpha^2}{1+\alpha}$ **، و حصر** $f(\alpha)$

لدينا: $f(\alpha)=\alpha[\ln(\alpha+1)-1]$

لكن $g(\alpha)=0$ أي $\ln(\alpha+1)=\dfrac{1}{\alpha+1}$

ومنه: $f(\alpha)=\alpha[\dfrac{1}{\alpha+1}-1]=-\alpha\dfrac{\alpha}{\alpha+1}=-\dfrac{\alpha^2}{\alpha+1}$

الحصر: لدينا: $0,76\le\alpha\le0,77$ ....(1)

(1) تكافئ $0,5776\le\alpha^2\le0,5929$ ...(2) بتربيع الطرفين

(1) تكافئ $1,76\le\alpha+1\le1,77$ ...(3) إضافة 1 للطرفين

(3) تكافئ $\dfrac{1}{0,77}\le\dfrac{1}{\alpha+1}\le\dfrac{1}{0,76}$ (4) بقلب الطرفين

بضرب (2) و (4) طرف لطرف نجد:

$\dfrac{0,5929}{1,76}\le\dfrac{\alpha^2}{\alpha+1}\le\dfrac{0,5776}{1,77}$ أي $0.33\le\dfrac{\alpha^2}{\alpha+1}\le0,32$ ..(5)

بضرب طرفي (5) في 1- نجد: $\boxed{-0,33\le f(\alpha)\le-0,32}$

د) كتابة معادلة المماس (T)

لدينا: $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ حيث $x_0=0$

ومنه: $(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)$

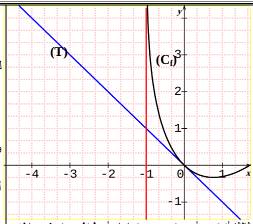
$(T): y=-1(x-0)+0$ أي $\boxed{(T): y=-x}$

هـ) التحقق أن: $f(e-1)=0$ **، ثم أرسم (T) و** (C_f) .

$f(e-1)=(e-1)\ln e-(e-1)=(e-1)-(e-1)=0$

$f(e-1)=0$ معناه ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها e-1.

المماس (T) يشمل المبدأ 0 و معامل توجيهه 1-.



ثالثا:أ) تبين أن A_α **موجب تماما وأعط تفسيرا هندسيا له.**

لدينا: و α أكبر تماما من 0 موجب تماما لأن:

الدالة $x\to x\ln(x+1)$ موجبة على المجال $[0 ، +\infty[$

(يمكن بسهولة أن نثبت أن الدالة $x\to x\ln(x+1)$ موجبة تماما) و α أكبر تماما من 0

التفسير الهندسي: A_α هو مساحة الحيز المستوي والمحدد بمنحنى الدالة $x\to x\ln(x+1)$ والمستقيمات التي معادلاتها: x=0 و y=0 و $x=\alpha$.

ب)حساب A_α **باستخدام المكالمة بالتجزئة**

نضع: $u=\ln(x+1)$ ومنه: $u'=\dfrac{1}{x+1}$

$v'=x$ ومنه : $v=\dfrac{1}{2}x^2$

نعلم $\int_a^b u'(x).v(x)dx$ $\int_a^b u(x).v'(x)dx=[u(x).v(x)]_a^b-\int_a^b u'(x).v(x)dx$

$A_\alpha=\left[\dfrac{1}{2}x^2\ln(x+1)\right]_0^\alpha-\dfrac{1}{2}\int_0^\alpha\dfrac{x^2}{x(x+1)}dx$

لدينا: $\int_0^\alpha\dfrac{x^2}{x(x+1)}dx=\int_0^\alpha(x-1+\dfrac{1}{x+1})dx$

$=\left[\dfrac{1}{2}x^2-x+\ln(x+1)\right]_0^\alpha$

ومنه: $A_\alpha=\left[\dfrac{1}{2}x^2\ln(x+1)\right]_0^\alpha-\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{1}{2}x^2-x+\ln(x+1)\right]_0^\alpha$

أي: $A_\alpha=\dfrac{1}{2}\left[(x^2-1)\ln(x+1)-\dfrac{1}{2}x^2\right]_0^\alpha$

$A_\alpha=\dfrac{1}{2}\left[(\alpha^2-1)\ln(\alpha+1)-\dfrac{1}{2}\alpha^2-(0-1)\ln(0+1)-0\right]_0^\alpha$

وأخيرا: $\boxed{A_\alpha=\dfrac{1}{2}\left[(\alpha^2-1)\ln(\alpha+1)-\dfrac{1}{2}\alpha^2\right]}$

جـ) تحقق أن : $A_\alpha=-\dfrac{1}{4}(\alpha-2)^2+\dfrac{1}{2}$

لدينا: $A_\alpha=\dfrac{1}{2}\left[(\alpha^2-1)\ln(\alpha+1)-\dfrac{1}{2}\alpha^2+\alpha\right]$

ولدينا من جهة أخرى: $\ln(\alpha+1)=\dfrac{1}{\alpha+1}$

ومنه: $A_\alpha=\dfrac{1}{2}\left[(\alpha^2-1)\dfrac{1}{\alpha+1}-\dfrac{1}{2}\alpha^2+\alpha\right]=\left[\alpha-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}\alpha^2\right]$

$A_\alpha=\left[\alpha-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}\alpha^2\right]=-\dfrac{1}{4}(\alpha-2)^2+\dfrac{1}{2}$

إعداد الأستاذين: بالعبيدي وعبدلاوي

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقط)

1)كتابة معادلة سطح الكرة S.

نعلم أن معادلة سطح الكرة S هي من الشكل:

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$

لدينا المركز: C(1, 0 ,-1) ونصف القطر هو AC

$AC=\sqrt{(1-0)^2+(0-2)^2+(-1-1)^2}=3$

ومنه معادلة S هي: $\boxed{(x-1)^2+(y)^2+(z+1)^2=9}$

2-أ)كتابة معادلة للمستوي الذي يشمل C ويعامد (D).

نرمز بـ(P) للمستوي الذي يشمل C ويعامد (D) والتي معادلته من الشكل: $ax+by+cz+d=0$

من التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) نستخرج شعاع توجيهه هو $\vec{u}(-1,2,2)$ وهو شعاع ناظم لـ (P) لأن (P) يعامد (D)

ومنه: $(P): -x+2y+2z+d=0$

لدينا: $C\in(P)$ معناه: $-1+2(0)+2(-1)+d=0$ أي: d=3

إذن: $\boxed{(P): -x+2y+2z+3=0}$

ب) حساب المسافة بين النقطة C والمستقيم (D).

المسافة بين C والمستقيم (D) هي الطول HC حيث H هي المسقط العمودي لـ C على المستقيم (D)

لدينا: $(D)\cap(P)=\{H\}$ معناه:

$-(-1-t)+2(1+2t)+2(-3+2t)=0$

بعد الحساب نجد: t=0 ثم نعوض قيمة t في جملة التميل الوسيطي لـ(D) نجد: $\boxed{H(-1,1-3)}$

ومنه: $HC=\sqrt{(1-0)^2+(0-2)^2+(1+1)^2}=3$

جـ) استنتاج الوضع النسبي لكل من (D) وسطح الكرة S

$HC=R$ (D) يكونا مماسا لسطح الكرة S في النقطة B.

التمرين الثاني (07 نقط)

I ــأ)تسجيل جدول تغيرات الدالة f

بالإعتماد على منحنى الدالة f يمكن ان نرسم الجدول التالي:

x	-2	1	$+\infty$
f'(x)	-		+
f(x)	$+\infty$ ↘	2	↗ $+\infty$

ب)تبين أن (D): y=x-2 مقارب مائل لـ (C_f)**.**

(D): y=x-2 مقارب مائل لـ (C_f) معناه $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]=0$

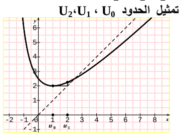
$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+5}{x+2}-(x-2)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9}{x+2}=0$

جـ)تبين أنه إذا كان : $1\le x\le\dfrac{5}{2}$ **فإن** $1\le f(x)\le\dfrac{5}{2}$

f متزايدة على المجال $1\le fx\le\dfrac{5}{2}$ فان: $1\le f(x)\le\dfrac{5}{2}$

أي $f(x)\in\left[2,\dfrac{5}{2}\right]\subset\left[1,\dfrac{5}{2}\right]$ اذا $1\le f(x)\le\dfrac{5}{2}$.

2- أ) تمثيل الحدود U_0 **،** U_1**،** U_2



ب) تخمين اتجاه وتقارب المتتالية (U_n)**.**

من البيان السابق نخمن ان المتتالية (U_n) متزايدة ومتقاربة نحو العدد $\dfrac{5}{2}$ التي هي فاصلة نقطة تقاطع (C_f) و (D)

جـ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $1\le U_n\le\dfrac{5}{2}$

- من اجل n=0 : $U_0=1$ $1\le1\le\dfrac{5}{2}$ (محققة)

- نفرض ان $1\le U_n\le\dfrac{5}{2}$ ونثبت ان $1\le U_{n+1}\le\dfrac{5}{2}$

بما ان $U_{n+1}=f(U_n)$ بالاستفادة من السوال 1) جـ)

نستنتج ان: $1\le U_{n+1}\le\dfrac{5}{2}$ ومنه: $1\le U_n\le\dfrac{5}{2}$

استنتاج ان (U_n) **متقاربة ، ثم اثبات أن :** $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=\dfrac{5}{2}$

- اتجاه التغير: $U_{n+1}-U_n=\dfrac{5-2U_n}{U_n+2}\succ0$

ومنه (U_n) متزايدة تماما

- بما ان (U_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلي بالعدد $\dfrac{5}{2}$ فهي متقاربة

بوضع: $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=L$ يكون لدينا: $\dfrac{L^2+5}{L+2}=L$

ومنه $L^2+5=L^2+2L$ أي 2L=5 ومنه $L=\dfrac{5}{2}$

التمرين الثالث (04 نقط)

1) حساب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

لدينا: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x-\frac{1}{e^x+1}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x-\frac{1}{e^x+1}=+\infty$

2)نبيين ان $f'(x)\succ 0$ من أجل كل $x\in\mathbb{R}$

f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث: $f'(x)=1+\frac{e^x}{(e^x+1)^2}$

لدينا: $e^x>0$ من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ و $e^x+1>1$

ومنه $f'(x)\succ 0$ من أجل كل $x\in\mathbb{R}$.

رسم جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
f'(x)	+
f(x)	$-\infty \nearrow +\infty$

3-أ) تبيين أن المستقيمين المعرفين بـ: $(\Delta_1): y=x$ **و** $(\Delta_2): y=x-1$ **مقاربان مائلان للمنحنى (C_f) .**

* $(\Delta_1): y=x$ مقارب مائل معناه $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-1}{e^x+1}=0$

* $(\Delta_2): y=x-1$ مقارب مائل معناه $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x-1)]=0$

لدينا: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x-1)]=\lim\limits_{x\to-\infty}(1-\frac{1}{e^x+1})=0$

ب) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ_1) و (Δ_2) .

*لدينا: $[f(x)-x]=\frac{-1}{e^x+1}\prec 0$ من أجل كل $x\in\mathbb{R}$

ومنه:المنحنى (C_f) يكون تحت المستقيم $(\Delta_1): y=x$

*لدينا: $[f(x)-(x-1)]=\frac{e^x}{e^x+1}\succ 0$ من أجل كل $x\in\mathbb{R}$

ومنه:المنحنى (C_f) يكون فوق المستقيم $(\Delta_2): y=x-1$

4-أ)تبين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α

الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على I(جدول التغيرات)

ولدينا: $f(0)=-0,5$ و $f(0,5)=0,115$ من المعطيات السابقة وحسب مبرهنة القيم المتوسطة نستنتج أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيد α حيث $0\prec\alpha\prec 0,5$.

ب) التحقق أن : $e^\alpha=-\frac{\alpha-1}{\alpha}$

لدينا: المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيد α معناه $f(\alpha)=0$.

$f(\alpha)=0$ أي $\alpha-\frac{1}{e^\alpha+1}=0$ أي $\alpha=\frac{1}{e^\alpha+1}$

ومنه: $e^\alpha+1=\frac{1}{\alpha}$ وأخير $\boxed{e^\alpha=-\frac{\alpha-1}{\alpha}}$

5-أ)تبين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن: $f(x)+f(-x)=-1$

لدينا: $f(x)+f(-x)=x-\frac{1}{e^x+1}-x-\frac{1}{e^{-x}+1}$

$=-(\frac{1}{e^x+1}+\frac{1}{\frac{1}{e^x}+1})=-(\frac{1}{e^x+1}+\frac{e^x}{e^x+1})=-\frac{e^x+1}{e^x+1}=-1$

الإستنتاج

لدينا: $f(x)+f(-x)=-1$ تكافئ $f(2.0-x)+f(x)=2(-\frac{1}{2})$

نستنتج النقطة التي احداثياها $(0,-\frac{1}{2})$ مركز تناظر لـ (C_f)

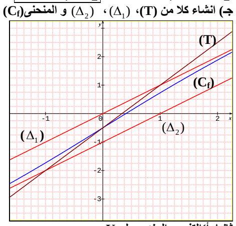
ب)كتابة معادلة المماس(T)لـ(C_f)عند نقطته $\omega(0,-\frac{1}{2})$

لدينا: $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ حيث $x_0=0$

ومنه: $(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$(T): y=\frac{5}{4}(x-0)-\frac{1}{2}$ أي $\boxed{(T): y=\frac{5}{4}x-\frac{1}{2}}$

جـ) انشاء كلا من (T)، (Δ_1) ، (Δ_2) و المنحنى(C_f)



ثانيا: أ)التفسير الهندسي لـ U_n .

لدينا: $U_n=\int_\alpha^n (x-f(x))dx$

بمأن $x-f(x)\succ 0$ لأن (C_f) يكون تحت $(\Delta_1): y=x$

ومنه U_n هو مساحة الحيز المستوي والمحصور بين منحنى الدالة f والمستقيم (Δ_1) والمستقيمين اللذين معادلاتهما: x=n و $x=\alpha$.

ب)تحقق أن: $x-f(x)=1-\frac{e^x}{e^x+1}$ **من أجل كل** $x\in\mathbb{R}$

لدينا: $x-f(x)=x-(x-\frac{1}{e^x+1})=\frac{1}{e^x+1}$

$=\frac{1}{e^x+1}+1-1 \;=1-\frac{e^x}{e^x+1}$

جـ) أحسب U_n بدلالة n.

لدينا: $U_n=\int_\alpha^n (x-f(x))dx=\int_\alpha^n (1-\frac{e^x}{e^x+1})dx$

$U_n=\int_\alpha^n (1-\frac{e^x}{e^x+1})dx=[x-\ln(e^x+1)]_\alpha^n$

$U_n=[x-\ln(e^x+1)]_\alpha^n=n-\ln(e^n+1)-(\alpha-\ln(e^\alpha+1))$

د) تبيين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=-(\alpha+\ln\alpha)$

لدينا: $n=\ln e^n$ و $\ln(e^\alpha+1)=-\ln\alpha$

ومنه: $U_n=\ln e^n-\ln(e^n+1)-(\alpha+\ln(\alpha))$

$U_n=\ln\frac{e^n}{e^n+1}-(\alpha+\ln(\alpha))$

لدينا: $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=\ln\frac{e^n}{e^n+1}=\ln 1=0$

ومنه: $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=-(\alpha+\ln\alpha)}$

التمرين الرابع (04 نقط)

1) احتمال أن يكون المجموع أكبر تماما من 6 :

A الحدث:سحب قريصتين مجموع رقميهما أكبرتماما من 6

عدد السحبات الممكنة هو : $C_7^2=21$

عدد الحالات الملائمة هو : $C_2^2+C_2^1\times C_2^1=9$

ومنه احتمال الحدث A هو : $\boxed{p(A)=\frac{9}{21}}$

2)احتمال أنّ المجموع أكبر تماما من6علما أنهمابيضاوان

ليكن الحدث B : سحب قريصتين بيضاوان

الاحتمال المطلوب هو : $P_B(A)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}=\frac{1}{3}$

لأن: $p(A\cap B)=\frac{C_2^2}{21}$ و $P(B)=\frac{C_3^2}{21}=\frac{3}{21}$

3) قيم المتغير العشوائي X:

قيم المتغير العشوائي **X**هي: 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 10

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي نلخصه في الجدول التالي

القيمة x_i	3	4	5	6	7	8	10
الاحتمال p_i	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{21}$

الأمل الرياضتي :

$E(X)=\sum_{p=1}^{p=7} x_i.p_i=\frac{3.2+4.3+5.4+6.3+7.4+8.4+10.1}{21}$

بعد الحساب نجد: $\boxed{E(X)=6}$

حساب الإنحراف المعياري $\sigma(X)$

لدينا: $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$ حيث $V(X)$ هو التباين

والمعرف كمايلي: $V(X)=\sum x_i^2.p_i-[E(X)]^2$

$V(X)=\frac{3^2.2+4^2.3+5^2.4+6^2.3+7^2.4+8^2.4+10^2.1}{21}-6^2$

بعد الحساب نجد: $V(X)=3,81$

ومنه : $\boxed{\sigma(X)=\sqrt{3,81}=1,95}$

إعداد الأستاذين: بالعبيدي و عبداللاوي

مبروك
عليكم
البكالوريا
مسبقا