ثانوية بوشوشة -الوادي

إمتحان البكالوريا التجريبية

《دورة ماي 2009》

الشعبة : العلوم التجريبية   المـــدة : 3ساعات ونصف

إختبار في مادة الرياضيات   الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقط)

لكل سوال من الاسئلة التالية جواب صحيح فقط عين الجواب الصحيح مع التعليل

1)نعتبر الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

المستوي (P) ذي المعادلة: $2x+3y-z+4=0$ والمستقيم (D) الذي تمثيله الوسيط $(t\in R)$ $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=8+t \end{cases}$

ا) (P) و(D) متقاطعان   ب)متوازيان تماما   جـ)(D) محتوى في (P)

2) قيمة التكامل $I=\int_1^e \ln x.dx$ تساوي: ا) 0   ب) 1   جـ) e

3) $\lim_{x\to+\infty}(x+1+e^{-x})$ هي :   ا) $-\infty$ ب) 0   جـ) $+\infty$

4) الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x)=e^{2x}-1$ هي حل للمعادلة التفاضلية:

ا) $2y'=y+2$ ب) $y'=2y+2$ جـ) $y'=-2y-2$

التمرين الثاني (05 نقط)

1)ليكن كثير الحدود p للمتغير المركب z المعرف كما يلي : $p(z)=z^4-2\sqrt{3}z^3+8z^2-8\sqrt{3}z+16$

أ)أثبت أنه من أجل كل عدد مركب z فإن: $\overline{p(z)}=p(\overline{z})$

ب) تحقق أن: $p(\sqrt{3}+i)=p(-2i)=0$ ، ثم أستنتج الجذرين الآخرين لـ $p(z)$

2)المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

نعتبر النقط: A، B، C، D التي لواحقها : $z_A=i+\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2i$ ، $z_D=\overline{z_C}$

أ) مثل النقط: D، C، B ، A في المستوي المركب

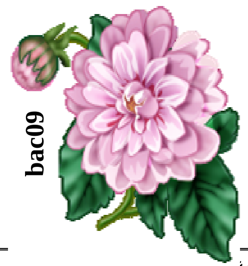
ب)اثبت ان النقط D، C، B ، A تنتمي الي نفس الدائرة

3) لتكن E نظيرة B بالنسبة الى O

ا) بين ان $\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ،ثم أعط تفسيرا هند سيا لهذه المساوة.

ب)بين ان A هي صورة E بالدوران الذي مركزه النقطة C وزاويته $(-\frac{\pi}{3})$

استنتج طبيعة المثلث AEC



التمرين الثالث (04 نقط)

1) $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث: $U_0=1$ و $\ln U_1+\ln U_2=-3\pi$

أ)عين أساس هذه المتتالية ، وأحسب U_n بدلالة n .

ب) نسمي P_{n+1} المجموع : $U_0+U_1+......+U_n$ ، أحسب P_{n+1} بدلالة n ، ثم جد $\lim_{n\to+\infty}(P_{n+1})$

2) $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كمايلي: $V_n=\ln(U_n)$

أ) بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها .

ب) نسمي S_{n+1} المجموع : $V_0+V_1+......+V_n$ أحسب S_{n+1} بدلالة n، ثم بين أن $\sin(S_{n+1})=0$

3- أ) نسمي π_{n+1} الجداء : $U_0\times U_1\times......\times U_n$ ، أحسب π_{n+1} بدلالة n .

ب) عين الحد U_p بحيث يكون : $\pi_{p+1}=e^{-6\pi}$

التمرين الرابع (07 نقط)

أولا:نعتبر الدالة العددية g والمعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كمايلي: $g(x)=\ln(x+1)-\frac{1}{x+1}$

والتي جدول تغيراتها معطى كما يلي:

x	-1 $+\infty$
g'(x)	+
g(x)	... ↗ $+\infty$

أ) أكمل جدول تغيرات الدالة g

ب)بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي للمجال $I=]0,76\ ،0,77[$

جـ) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$.

ثانيا:لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x\ln(x+1)-x$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها في المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول هي 2cm

أ)أثبت أن $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، ثم أحسب $\lim_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)$

ب)بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1,+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ، ثم أكتب جدول تغيرات الدالة f.

جـ) بين أن : $f(\alpha)=-\frac{\alpha^2}{1+\alpha}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$ سعته 10^{-2}

د)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

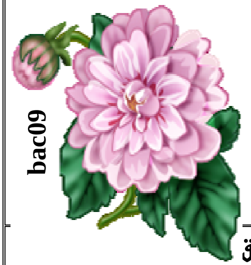
هـ) تحقق أن: $f(e-1)=0$ ، ثم أرسم المماس (T) ، ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-1\ ,\ e-1]$.

ثالثا:نعتبر العدد الحقيقي A_α والمعرف بـ: $A_\alpha=\int_0^\alpha x\ln(x+1)dx$

أ) بين أن A_α موجب تماما ، ثم أعط تفسيرا هندسيا له.

ب)باستخدام المكالمة بالتجزئة أحسب A_α (لاحظ أن: $\frac{x^2}{x+1}=x-1+\frac{1}{x+1}$

جـ) تحقق أن: $A_\alpha=-\frac{1}{4}(\alpha-2)^2+\frac{1}{2}$



ثانويــة بوشوشة -الوادي

إمتحان البكالوريا التجريبية

《 دورة ماي 2009》

الشعبة : العلوم التجريبية — المــدة : 3ساعات ونصف

إختبار في مادة الرياضيات — الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقط)

$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس في للفضاء .

نعتبر النقط $A(0, 2 , 1)$ ، $B(-1 ,1 ,-3)$ ، $C(1, 0 ,-1)$.

1) أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة Sالتي مركزها C وتشمل النقطة A.

2) ليكن المستقيم (D)المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+2t \\ z=-3+2t \end{cases}$ حيث t عدد حقيقي.

أ) اكتب معادلة للمستوي الذي يشمل النقطة C ويعامد المستقيم (D).

ب)أحسب المسافة بين النقطة C والمستقيم (D).

جـ) ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي لكل من المستقيم (D) وسطح الكرة S ؟.

التمرين الثاني (05 نقط)

I- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-2 ، +\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+5}{x+2}$ وليكن (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ كما في الشكل (في الورقة المرفقة)

أ) سجل جدول تغيرات الدالة f (يمكن الإستفادة من البيان (C_f))

ب)بين أن المستقيم (D)الذي معادلته : $y=x-2$ مقارب مائل لـ (C_f).

جـ) بين أنه إذا كان : $1\le x\le \dfrac{5}{2}$ فإن $1\le f(x)\le \dfrac{5}{2}$

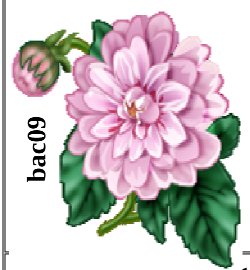
II- نعتبر المتتالية العددية (U_n) والمعرفة بـ: $U_0=1$ و $U_{n+1}=f(U_n)$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n

أ) باستخدام المنحنى (C_f) والمستقيم ذي المعادلة : $y=x$ مثل الحدود (دون حسابها):
U_0 ، U_1، U_2 على حامل محور الفواصل (ox) (أستعمل الورقة المرفقة)

ب) خمن اتجاه وتقارب المتتالية (U_n).

جـ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le U_n\le \dfrac{5}{2}$ وان المتتالية (U_n) متزايدة.

استنتج ان (U_n) متقاربة ، ثم اثبت أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=\dfrac{5}{2}$



التمرين الثالث: (07 نقط)

أولا:نعتبر الدالة العددية f والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x+1}$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين ان $f'(x)\succ 0$ من أجل كل $x\in\mathbb{R}$:ثم أرسم جدول تغيرات الدالة f

3-أ) بين أن المستقيمين المعرفين بـ: $(\Delta_1): y=x$ و $(\Delta_2): y=x-1$ مقاربان مائلان للمنحنى (C_f) .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحى (C_f) والمقاربين (Δ_1)و (Δ_2) .

4- أ)بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0\prec\alpha\prec 0,5$.

ب) تحقق أن : $e^{\alpha}=-\dfrac{\alpha-1}{\alpha}$

5- أ) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن: $f(x)+f(-x)=-1$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى(C_f)؟

ب) أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى(C_f) عند نقطته ذات الفاصلة المعدومة.

جـ) أنشئ كلا من (T) ، (Δ_1)، (Δ_2) ثم المنحنى(C_f) (عند الرسم نأخذ $\alpha\approx 0.45$)

ثانيا: نعتبر المتتالية (U_n) والمعرفة على $\mathbb{N}^*$ بمايلي: $U_n=\displaystyle\int_{\alpha}^{n}(x-f(x))dx$

أ) ما التفسير الهندسي لـ U_n .

ب) تحقق أن : $x-f(x)=1-\dfrac{e^x}{e^x+1}$ وذلك من أجل كل $x\in\mathbb{R}$.

جـ) أحسب U_n بدلالة n.

د) بين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=-(\alpha+\ln\alpha)$

التمرين الرابع: (04 نقط)

يحتوي وعاء على 3 قريصات بيضاء و 4 حمراء ، إحدى القريصات البيضاء تحمل الرقم 1 والأخريان تحملان الرقم 5 أما القريصات الحمراء فاثنتان منها تحملان الرقم 2 والأخريان تحملان الرقم 3 . نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد، ونحسب مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

1) ما هو احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 ؟

2) ماهواحتمال أن يكون المجموع أكبرتماما من6علما أن القرصيتين بيضاوين؟.

3) نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما

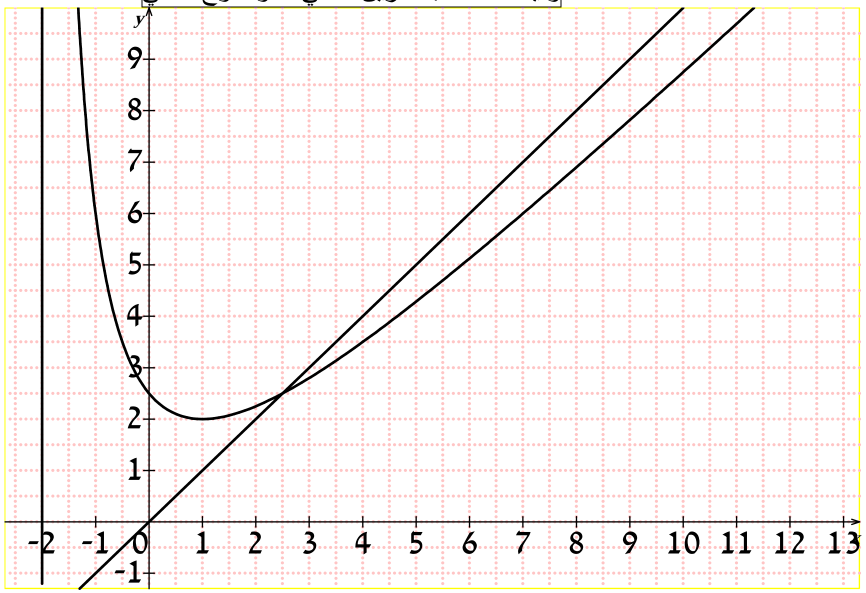
أ) عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

ب)احسب الأمل الرياضي $E(X)$ ، ثم احسب الإنحراف المعياري $\sigma(X)$

وثيقة خاصة بالتمرين الثاني للموضوع الثاني

يمثل على هذه الوثيقة الحدود U_0 ، U_1،U_2 على حامل محورالفواصل (ox). وتعاد مع ورقة الإجابة

وثيقة خاصة بالتمرين الثاني للموضوع الثاني



يمثل على هذه الوثيقة الحدود U_0 ، U_1،U_2 على حامل محورالفواصل (ox). وتعاد مع ورقة الإجابة