السلسلة رقم 01: النهايات-الإستمرارية

س د 2014/13

الشعب :3 علوم . ت+رياضيات+تقني رياضي

إعداد الأستاذ:بالعبيدي م العربي

01 في كل حالة أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها و عين المستقيمات المقاربة لمنحنى الدالة f.

1) $f(x)=\dfrac{x^2-2x-15}{x^2-2x-3}$ والمعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;3\}$

2) $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ والمعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$

3) $f(x)=\dfrac{-4x+5}{x^2-x}$ والمعرفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$

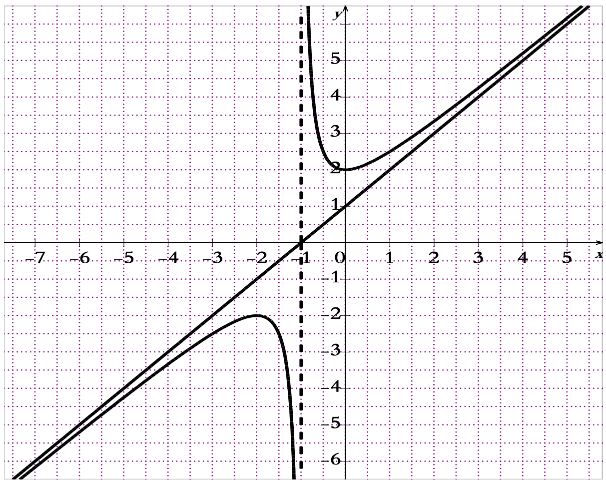
4) $f(x)=\dfrac{x^2-4x+5}{(x+1)^2}$ والمعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$

02 احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة.

1) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3+1}{x+1}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{x}}{x-1}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x-1}{x}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-2x)$ ، 5) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+\sqrt{x^2-1})$

03 في الشكل الآتي ،المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f



1) بقراءة بيانية ، عيّن :

أ)مجموعة التعريف D للدالة f.ثم نهايات f عند أطراف D

ب)المستقيمات المقاربة لـ(C) ومعادلاتها.

جـ)الوضع النسبي لـ(C) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل

هـ)إشارة f(x) .

2) g دالة معرفة بـ: $g(x)=\sqrt{f(x)}$

أ)بين أن مجموعة تعريف g هي: $]-1;+\infty[$

ب)أوجد نهاية g عند -1 وعند $+\infty$

جـ) أحسب $g(0)$. ثم أعط إتجاه تغير الدالة g .

04 f دالة عددية جدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$	-2		-1		0	$+\infty$
f'(x)	+	0	-	‖	-	0	+
f(x)	$-\infty$ ↗	-2	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2	↗ $+\infty$

نفرض أن f(x) تكتب على الشكل:

$f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية.

1) احسب $f'(x)$ بدلالة a ، c

2)اعتمادا على جدول التغيرات للدالة f:

أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c

ب)عين $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1}f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا.

3) أثبت أن ، في معلم المنحنى (Γ) الممثل للدالة f يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته: $y=x+1$

-أدرس الوضع النسبي للمنحنى (Γ) و المستقيم (Δ).

- إنشئ المنحنى (Γ) و المستقيم (Δ).

05 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\sqrt{x^2-2x+3}$.

يرمز C_f إلى تمثيلها البياني في معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)ا- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$.

بـ فسّر النتيجة الثانية بيانيّا .

2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ،ثم بيّن أنه يوجد عددان حقيقيّان

a و b حيث $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-ax]=b$، ماذا تستنتج؟

06 f دالة معرفة على $]\pi;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x+\cos x}{x-\pi}$

1)بيّن أن: $\dfrac{3x-1}{x-\pi}\le f(x)\le\dfrac{3x+1}{x-\pi}$ من جل كل $x>\pi$

استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) بين أن $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}\pi}f(x)=+\infty$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

1-أ)من أجل كل $x\succ3$ بين أن: $2x\ge\sqrt{x^2-3x}$.

ب) استنتج حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-3x}-4x)$ مستخدما نظريّة الحد من الأعلى.

2-أ)من أجل $x>0$ ، قارنْ بين $\sqrt{9x^2+x+1}$ و $3x$.

ب)استنتج حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{9x^2+x+1}-2x)$ مستخدما نظريّة الحد من الأسفل.

07 f دالة كثيرة حدود معرفة بـ: $f(x)=2x^3-3x^2-1$

1) برر استمرارية الدالة f على $\mathbb{R}$.

2) احسب نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

3) ادرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها.

larbibelabidi@gmail.com الأستاذ: ب م العربي

4)أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,6;1,7[$.ثم استنتج حسب قيم x اشارة $f(x)$.

5) عين حصرا للعدد α سعته 10^{-2}.

08 نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\sqrt{1+x^2}}{x} & ; x\neq 0 \\ f(0)=\alpha \end{cases}$$.

1)جد $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا

2)عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون f مستمرة عند 0

09 f دالة معرفة على $[-1;1]$ بـ: $f(x)=4x^3-3x-\dfrac{1}{2}$

1) أحسب $f(1)$ ، $f(0)$ ، $f(-0.5)$ ، $f(-1)$.

2)أستنتج عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

10 f دالة معرفة ومستمرة وقابلة للإشتقاق على كلا من $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$ جدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
$f(x)$	4	↘	1	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↘	-2

واليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1-أ)فسر بيانيا كل نهاية لـ f ،عيّن نهاية $f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ عند $+\infty$.

ب)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=\dfrac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا على $[2;3]$.

-2) g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بالشكل :

$$g(x)=\frac{1}{f(x)};x\neq 2 \text{ و } g(2)=0$$

أ) بيّن أن g مستمرة عند العدد 2 .

ب)عين نهايات الدالة g عند $+\infty$ ، $-\infty$ و3.

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة g.

11 أجب إما **بصحيح** وإما **بخطأ** مع التعليل.

I- لتكن f الدالة المعرفة بجدول تغيراتها التالي :

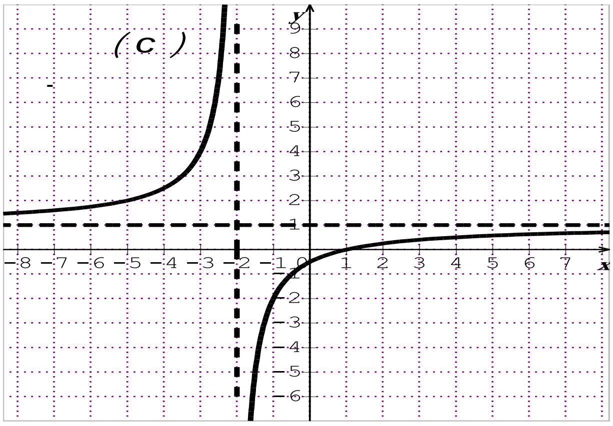
x	$-\infty$	-2		0		1	2	4	$+\infty$
$f(x)$	1 ↘	0	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	0	↘ -3 ↗	0	↗ 1

1) المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا واحدا.

2) المعادلة $f(x)=-3$ تقبل حلا واحدا.

3)صورة المجال $[0;4]$ بالدالة f هو المجال $[0;+\infty[$

12 g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ ، (C_g) التمثيل البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامدالمتجانس(الشكل التالي)



1.بقراءة بيانية :

أ . شكل جدول تغيرات g

ب. عين قيم x التي يكون من أجلها $0\prec g(x)\prec 1$

جـ .حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم x

f.2 الدالة المعرفة على $[-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=g(x^2)$

أ. احسب $f(-2)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب. حدد اتجاه تغير الدالة f على $[-2;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ . ارسم المنحنى (C_f)

13 f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} & ;x\succ 3 \\ \dfrac{1-x}{x-2} & ;x\leq 3 \end{cases}$$

1) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2) احسب $f(3)$ ثم أدرس استمرار الدالة f عند3

2)أثبت أن المعادلة: $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-1 ، 1[$ ثم فسر ذلك هندسيا.

14 I - f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^3-3x+5$

واليكن (C) منحناها البياني

1) أدرس تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$

2) بين أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $\beta\in]-3;-2[$

3)استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

4) جد حصرا للعدد β مقرب إلى 10^{-2} .

II- لتكن الدالة g والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+5x$$

1) أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

2 - أ) أثبت أن $g(\beta)=\dfrac{-3\beta(\beta-5)}{4}$

ب)جد حصرا لـ$g(\beta)$،ثم استنتج عدد جذور $g(x)$

الأستاذ: ب م العربي larbibelabidi@gmail.com