**01** أدرس قابلية اشتقاق كل دالة عند a باستعمال التعريف ثم فسر كل مرة النتائج المحصل عليها بيانيا.

$f(x)=x^3-2$ ، $D_f=\mathbb{R}$ و $a=1$

$f(x)=\sqrt{x+1}$ ، $D_f=[-1;+\infty[$ و $a=-1$

$f(x)=\dfrac{|x|}{x-1}$ ، $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ و $a=0$

**02** لتكن f الدالة المعرفة على $]1:+\infty[$ كمايلي:

$f(x)=3+\sqrt{x-1}$ وليكن $(C_f)$ هو التمثيل البياني لها.

1) أحسب $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h+1)-f(1)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أدرس تغيرات الدالة f.

3) باستعمال منحنى دالة " الجذر التربيعي"أنشئ $(C_f)$.

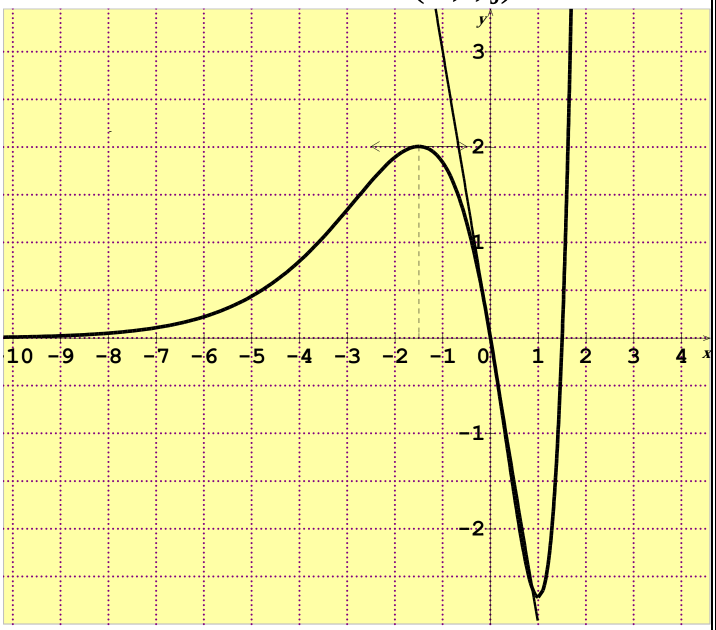
**03** لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\sqrt{x^2+7}$ وليكن $C_f$ منحنيها في معلم.

1) باستعمال المرافق ، احسب : $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x^2+7}-4}{x-3}$ .

2) ماذا تعني النتيجة السابقة بالنسبة للدالة f؟ فسّر ذلك بيانيّا.

3)أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=2x$ حلاّ وحيداً في المجال $]1;2[$

**05** المنحنى التالي ممثل للدالة f والمعرفة على $\mathbb{R}$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.




1) بقراءة بيانية عين مايلي:

أ) نهايات الدالة f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.

ب) $f(0)$ ، $f(-1{,}5)$ ، $f'(0)$ و $f'(-1{,}5)$

جـ)أكتب معادلة المماس عند O وعند النقطة $A(-1{,}5;2)$ .

د)حدد إشارة كلا من $f(1)$ و $f(2)$. استنتج أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\lambda$ من الجال $]1;2[$

هـ) حل بيانيا المتراجحات : $f'(x)\le 0$ ، $f(x)\le 0$

2) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ حيث $g(x)=[f(x)]^2$

أ) أحسب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g.

**06** 1)نعتبر الدالة f المعرّفة بـ: $f(x)=ax^3+bx^2+1$

أ)عين a و b علما أن $(C_f)$ يقبل مماسا أفقياعند النفطة $A(1,2)$

ب) بيّن أن $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف $\omega$ يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة للمماس $(\Delta)$ لـ $(C_f)$ عند النقطة $\omega$.

2) نعتبر الدالة f المعرّفة بـ: $f(x)=\dfrac{3x^3+ax+b}{x^2+1}$

عين a و b علما أن $(C_f)$ يقبل مماسا معرف بالمعادلة $(\Delta): y=4x+3$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

**07** حدد **الإجابة** أو **الإجابات الصحيحة** . f دالة قابلة للاشتقاق على المجال $[-2;2]$ وجدول تغيرات دالتها المشتقة $f'$ هو:

| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | 1 | 0 | -2 | -1 | 0 |

1) لدينا إذن:

أ) $f(-2)<f(-1)$ ،ب) $f(-1)<f(0)$ ، جـ) $f(0)<f(1)$

2) في معلم للمستوي المنحنى $(C_f)$ الممثل للدالة f يقبل مماسين موازيين للمستقيم الذي معادلته:

أ) $y=-\dfrac{1}{2}$ ، ب) $y=\dfrac{1}{2}x$ ، جـ) $y=-\dfrac{1}{2}x$

3) إذا كان $f(-2)>f(2)$ فإنه من أجل كل عدد حقيقي k من المجال $]f(2);f(-2)[$ المعادلة $f(x)=k$ تقبل على المجال $[-2;2]$:

أ) حلا واحدا ، ب) حلين فقط ، جـ) ليس لها حل.

4) إذا كان $f(1)=0$ فإن على المجال $[0;2]$:

أ) $f(x)\le -2x$ ، ب) $f(x)\ge -2x$ ، جـ) $f(x)\ge 0$

**08** نعتبر الدالة f المعرّفة بـ: $f(x)=\dfrac{x^2-2x-15}{x^2-2x-3}$

يرمز $\mathscr{C}$ إلى المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) أدرس تغيّرات الدالة f . استنتج معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمحنى $\mathscr{C}$ .

2)أكتب معادلة لمماس المنحني $\mathscr{C}$ عند نقطته ذات الفاصلة 5

3) أثبت أن المستقيم ذي المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحني $\mathscr{C}$ . أرسم المنحني $\mathscr{C}$ .

**09** g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $g(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x-2}$

$(C_g)$منحنى g في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس

1)عين a، b و c بحيث يكون لـ$(C_g)$مستقيم مقارب معادلته $y=x-3$ ويقبل قيمة حدية محليّة عند النقطة التي فاصلتها 3

2)f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x)=\frac{x^2-5x+6}{x-2}$

أ) بيّن أن : $f(x)=g(x)$ ثم أدرس تغيرات الدالة f.

4)أثبت أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسين $(D_1)$ و$(D_2)$ معامل توجه كل منهما (-3)، يطلب تعيين معادلتيهما .

5)أرسم بدقة المماسين $(D_1)$ و $(D_2)$ ثم المنحنى$(C_f)$.

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta_m)$ الذي معادلته: $y+3x-m=0$

7) f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ: $g(x)=f(|x|)$

أ) بين أن الدالة زوجية.ثم أدرس قابلية إشتقاق g عند 0

ب) بين أنه يمكن إنشاء $(C_g)$منحنى الدالة g إنطلاقا من $(C_f)$

ثم أرسم $(C_g)$ في نفس المعلم السابق.

**10** f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=|x+1|+\frac{1}{x-1}$

$C_f$ تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس

1)أحسب $\lim_{x \xrightarrow{<} -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$

ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة بيانيا

2)جد معادلتي نصفي المماسين عند النقطة التي فاصلتها 1-

3) أدرس تغيرات الدالة f

4)بين أن $(C_f)$ يقبل ثلاثة مستقيمات مقاربة يطلب تعيينها

5)بين أن $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فقط يطلب تعيين فاصلتاهما. ثم إنشئ المنحى $(C_f)$

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $|x+1|(x-1)=m(x-1)-1$

**11**لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-\frac{x-8}{x^2+1}$

و $(C)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3+3x-16$

أ) أدرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها.

ب) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحدا حقيقة $\alpha$ على المجال $[2.1;2.2]$ثم استنتج حسب قيم x، إشارة $g(x)$ .

2) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

ب) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\frac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$

ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f.

3-أ)بين أن المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=x$ مقارب لـ $(C)$.

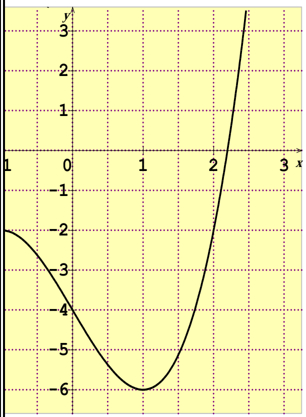
ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$.

4-أ)جد معادلة المماس $(d)$ لـ$(C)$ عند النقطة التي فاصلتها 1

ب) بين أن $f(\alpha)=\frac{3(8-\alpha)}{\alpha^2+1}$، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

5) أرسم $(\Delta)$، $(d)$ و $(C)$ ( نأخذ $f(\alpha)\approx 3$ )

**12** (I $(C_g)$ هوالتمثيل البياني للدالة g المعرفة على المجال $[-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=ax^3+bx+c$



1) بقراءة بيانية:

أ) جد $g(0)$ ، $g'(1)$ و $g(-1)$

ثم عين الحقيقية a ، b و c

ب) شكل جدول تغيرات g

2)بين أن المعادلة: $x^3-3x-4=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in\left]2;\frac{7}{4}\right[$

ثم استنتج اشارة $g(x)$

II) f دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1,1\}$ بـ: $f(x)=\frac{x^2(x+2)}{x^2-1}$

واليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني

1)احسب نهايات f عند حدود مجال التعريف

2-أ)بين أن f قابلة للاشتقاق على$\mathbb{R}-\{-1,1\}$،ثم احسب $f'(x)$

ب)تحقق أن $f'(x)=\frac{x.g(x)}{(x^2-1)^2}$ و استنتج إشارته.

3)بيّن أن: $f(\alpha)=\frac{3\alpha^2+10\alpha+8}{2\alpha+4}$، ثم عيّن حصرا لـ$f(\alpha)$

4)ارسم جدول تغيرات f

5)عين الدالة h بحيث يكون: $f(x)-x-2=h(x)$,ثم استنتج أن $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$يطلب تعيين معادلة له

6)أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$.

7)أنشئ المنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$.

**13** f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+\sqrt{x^2+8}$

$C_f$ تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس

1)أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

2) بين أن $x-\sqrt{x^2+8}\prec 0$ من أجل كل عدد حقيقي x

3)أحسب $f'(x)$ واستنتج إشارته ثم شكل جدول تغيرات f.

4) بين أن المستقيم $(\Delta): y=-2x$ مقارب للمنحنى $C_f$

5) أدرس الوضع النسبي للمنحنى $C_f$ بالنسبة لـ $(\Delta)$

6) أحسب $f(0)$، ثم أرسم $(\Delta)$ و $C_f$.

7) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-x-\sqrt{x^2+8}$

واليكن $C_g$ تمثيلها البياني في ا لمعلم السابق.

بين أن $C_g$ و $C_f$ متناظران بالنسبة للمبدأ O ثم أرسم $C_g$

الأستاذ: ب م العربي larbibelabidi@gmail.com