

الدالة اللوغاريتمية النيبيرية - تمارين أساسية

07 اكتب على شكل مجموع أو فرق ما يلي :

$$B = \ln(900000) \quad A = \ln(1600)$$

حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

$$(1) \quad 2\ln(x-3) = \ln 4$$

$$(2) \quad \ln x + \ln(x-1) = \ln 2 + \ln 3$$

$$(3) \quad 2\ln x = \ln(x+4) + \ln(2x)$$

$$(4) \quad 2\ln x = \ln(x+4) + \ln(2x)$$

$$(5) \quad \ln x + \ln(4-x) = \ln(2x-1) + \ln 3$$

$$(6) \quad \ln(x+1) = -1 + \ln(x-1)$$

حل في  $\mathbb{R}$  المترجمات التالية:

$$(1) \quad \ln(x-1) - \ln 3 > \ln 2 - \ln(x+4)$$

$$(2) \quad \ln(x^2 - 2x) > \ln(4x - 5)$$

$$(3) \quad \ln x + \ln(x+1) \leq \ln(x^2 - 2x + 2)$$

$$(4) \quad \ln(35 - 8x) \geq 3\ln 2 + \ln(x)^2$$

$$(5) \quad \ln(x-1) + \ln(x-2) > 2\ln(5-x)$$

09 ادرس إشارة العبارات الجبرية التالية على  $]0; +\infty[$

$$(1) \quad (\ln x + 1)(\ln x - 1) \quad (2) \quad \ln x - \ln 3$$

$$(3) \quad \ln x(\ln x - 1) \quad (4) \quad 2x \ln(1-x)$$

$$(5) \quad -x^2 \ln(x+1)$$

10 نعتبر كثير الدود  $p$  للمتغير الحقيقي  $x$  حيث:

$$p(x) = x^4 - 25x^2 + 144$$

$$(1) \quad \text{حل } \mathbb{R} \text{ المعادلة } p(x) = 0$$

(2) استنتج حل المعادلة:

$$(أ) \quad (\ln x)^4 - 25(\ln x)^2 + 144 = 0$$

$$(ب) \quad [\ln(\ln x)]^4 - 25[\ln(\ln x)]^2 + 144 = 0$$

11 حل في  $\mathbb{R}^2$  الجمل التالية:

$$\begin{cases} \ln x^4 y^7 - 2 \ln y^3 = 5 \\ \ln \frac{x^6}{y^4} + \ln x^2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 2y = 16 \\ \ln \frac{x}{y} + = -\ln 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln(x+1)^4 + \ln y = 0 \\ \ln x^2 + \ln \frac{1}{y} = \ln x \end{cases}$$

01 عين مجموعة تعريف الدالة  $f$  في كل حالة مما يلي :

$f(x) = \ln\left(\frac{1-3x}{2+x}\right)$	$f(x) = \ln(-x^2 + 1)$
$f(x) = x^2 + 9 - \ln(x^4)$	$f(x) = (2x-3)\ln(x-1)$
$f(x) = \ln(x^2 - 2)$	$f(x) = 3 + \ln(1-4x)$
$f(x) = \ln x + \ln(x+1)$	$f(x) = \ln(x-2)^2$
$f(x) = \frac{\ln x}{x-1}$	$f(x) = \ln\left(\frac{2-x}{x^2}\right)$
$f(x) = \ln(2x-1) + \ln(x^2 - 4)$	$f(x) = \frac{1-x^2}{x} + x \ln x$

02 حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

$$(1) \quad \ln(4x + 5) = \ln(2x - 3)$$

$$(2) \quad \ln(x^2 - x) = \ln(x + 3)$$

$$(3) \quad \ln\left(\frac{4x-3}{x+2}\right) = 0$$

03 حل المترجمات التالية:

$$(1) \quad \ln(4x) < \ln(3x + 6)$$

$$(2) \quad \ln(x^2) < \ln(x + 2)$$

$$(3) \quad \ln(2x^2 - x) > \ln(3 - 6x)$$

$$(4) \quad \ln(x-1) + \ln(x-2) > \ln(2x+8)$$

04 عين حسب قيم  $x$  إشارة كل عبارة مما يلي :

$u(x) = (\ln x)^2 - 1$	$u(x) = 1 - \ln(x)$
$u(x) = 1 + \ln(x+1)$	$u(x) = \frac{2\ln(x)-1}{x-1}$
$u(x) = x - x \ln x$	$u(x) = 1 + \ln(2-x)$

05 اكتب على أبسط شكل ممكن الأعداد التالية:

$$A = \ln \frac{2}{7} + \ln 14 - \ln \sqrt{7} + \ln \frac{7}{2}$$

$$(2) \quad B = \frac{\ln 10}{\ln 0,01} + \frac{\ln 0,001}{\ln 100} + \ln e \sqrt{e} - \sqrt{e^{\ln e^2}}$$

$$D = \ln(8e) - \ln(4e^2) + \ln e^3 - \ln \frac{1}{e^2} + \ln\left(\frac{1}{e}\right)^2 - \ln^2\left(\frac{1}{e}\right)$$

06 اكتب الأعداد التالية على شكل  $\ln a$  :

$$\alpha = 3\ln 2 - \ln 5 + \frac{1}{2}\ln 8 + \ln 3 - 2\ln 4$$

$$\beta = 2\ln(0,1) - 3\ln(0,01) + \ln 2 + \ln 10 - \frac{\ln 2 + 2\ln 3}{\ln e}$$

$$\gamma = \ln 4 - 2\ln(100) - \ln\left(\frac{1}{10}\right) + \ln 0,001 + \ln 25$$

15 في كل مما يلي حدد مجموعة التعريف و مجموعة قابلية الاشتقاق

ثم احسب المشتقة  $f'(x)$  للدوال  $f$  المعطاة:

$f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$	$f(x) = 2x^2 + 1 - 3 \ln x$
$f(x) = \frac{x}{\ln x}$	$f(x) = 2x^2 - \ln(x-1)$
$f(x) = \frac{\ln(2x)}{x}$	$f(x) = (\ln x)^2 + 3 \ln x + 1$
$f(x) = x \ln x$	$f(x) = 3x + \ln 3 + \ln x$
$f(x) = (\ln x)^3$	$f(x) = 3x(1 - \ln x)$
$f(x) = \frac{e}{\ln x}$	$f(x) = -\frac{x}{2} + 1 + 2 \ln x$
$f(x) = \frac{x^2}{2}(3 - \ln x)$	$f(x) = \frac{x - \ln x}{x}$

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:

$$f(x) = \frac{2-x+2 \ln x}{2}$$

1. ادرس نهايتي الدالة  $f$  عند 0 و عند  $+\infty$ .
2. استنتج المستقيمات المقاربة للمنحني الممثل للدالة  $f$ .
3. ادرس تغيرات  $f$  و شكل جدول تغيراتها.
4. ارسم المنحني الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد و متجانس.

1.  $f(x) = ax + b + \ln x$  بـ  $]0; +\infty[$  تحقق:

$$f'(2) = -1,5 \quad f(1) = 3$$

2. نهايتي الدالة  $f$  عند 0 و عند  $+\infty$ .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = +\infty$$

ب- ادرس تغيرات  $f$ .

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:

$$f(x) = 2(\ln x)^2 - \ln x - 3$$

هو (c) التمثيل البياني للدالة  $f$  في معلم متعامد

و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (الوحدة 2cm)

1 (أ) حل المعادلة  $f(x) = 0$

ب) ماذا تمثل هذه الحلول هندسياً؟

2 احسب نهايات الدالة  $f$  عند 0 و عند  $+\infty$ . ماذا تستنتج بالنسبة

للمنحني (c) ؟

3 ادرس تغيرات الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها.

4 أنشئ للمنحني (c) في المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

12 أجب بـ : صحيح أم خاطئ

أ)  $\ln 2 + \ln \frac{1}{2} - \ln e^{-2} = 2$

ب)  $\ln(3)^2 + \ln 3 - \ln \sqrt{3} = 2 \ln 3$

ج)  $\frac{\ln e^{-2}}{\ln e^{-1}} - \ln 2e = 1 - \ln 2$

د)  $\ln 125 - \ln 81 - \ln \frac{3}{5} + 2 \ln \sqrt{243} = 4 \ln 5 - \ln 3$

هـ)  $\ln \left[ (\sqrt{2}-1)^{142} \right] + \ln \left[ (\sqrt{2}+1)^{142} \right] = 0$

13 أجب بـ : صحيح أم خاطئ

أ)  $\ln(x+1) = \ln(2x+3)$  تقبل -2 كحل وحيد.

ب)  $(x+2) \ln(x+2)$  تقبل -1 كحل وحيد.

ج)  $\ln \frac{x+1}{x-3} \geq 0$  تقبل كمجموعة حلول المجال  $]3; +\infty[$ .

د)  $(\ln x)^2 - 2 \ln x - 3 = 0$  تقبل  $e^3$  كحل وحيد.

هـ)  $1 + \ln(2-x) \geq 0$  تقبل كمجموعة حلول  $]2; +\infty[$ .

14 احسب النهايات في كل حالة من الحالات المقترحة:

1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x+5) \ln x$  (2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x - x \ln x$

3)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x + 3 - \ln x$  (4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 - 2x \ln(x+1)$

5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x + \ln x}$  (6)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \ln x}{\ln(x^2)}$

7)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3-x) \ln x$  (8)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - x) \ln(-x)$

9)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + \ln x)$  (10)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln 2 - 3 \ln x)$

11)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 4 + \ln x$  (12)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x - 4 + \ln x$

13)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (3(\ln x)^2 - \ln x)$  (14)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - (\ln x)^2)$

15)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1+2 \ln x}{x}$  (16)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1+2 \ln x}{x}$

17)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+2 \ln x}{2 - \ln x}$  (18)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1+2 \ln x}{2 - \ln x}$

19)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left( \frac{x-1}{x+1} \right)$  (20)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln \left( \frac{x-1}{x+1} \right)$

21)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \ln \left( \frac{x-1}{x+1} \right)$  (22)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x^2 + 2x)$

23)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x^2 + 2x)$  (24)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \ln(x^2 + 2x)$

25)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln x + \ln(1-x)$  (26)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x + \ln(1-x)$