الأستاذ : ع . زروقي

تمرين 01 :

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0,\vec{u},\vec{v})$

f دالة ترفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة 'M لاحقتها 'Z ، حيث : $Z'=Z^2-4Z$

1 - لتكن A و B نقطتين لاحقتيهما : $Z_A=1-i$ و $Z_B=3+i$ على الترتيب

أ -عين $Z_{A'}$ و $Z_{B'}$ لاحقتي النقطتين 'A و 'B بالدالة f على الترتيب

ب -نفرض أن النقطتين M_1 و M_2 ذات اللاحقتين Z_1 و Z_2 لهما نفس الصورة بالدالة f

أثبت أن M_1 منطبقة على M_2 أو إحداهما صورة الأخرى بتناظر مركزي يطلب تعيينه.

2 - لتكن النقطة I ذات اللاحقة 3-

أ -أثبت أن الرباعي 'OMIM متوازي أضلاع إذا وفقط إذا كان $Z^2-3Z+3=0$

ب -حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2-3Z+3=0$

3- أ- أكتب $(Z'+4)$ بدلالة $(Z-2)$ ثم استنتج علاقة بين $|Z'+4|$ و $|Z-2|$ ثم بين $\arg(Z'+4)$ و $\arg(Z-2)$

ب- لتكن النقطتين J و K ذات اللاحقتين $Z_J=2$ و $Z_K=-4$

(C) دائرة مركزها J و نصف قطرها 2 ، أثبت أن صورة الدائرة (C) بالدالة f هي دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

جـ- لتكن النقطة E ذات اللاحقة $Z_E=-4-3i$ أعط الشكل المثلثي لـ (Z_E+4)

- بالإستعانة بالسؤال 3-أ- بين أنه توجد نقطتين لهما نفس الصورة بالدالة f و هي E
- أكتب لاحقتي هاتين النقطتين على الشكل الجبري.

تمرين 02 :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. تعطى النقطتين $A(8,0,8)$, $B(10,3,10)$

و ليكن المستقيم (D) ، تمثيل وسيطي له : $\begin{cases} x=3t-5 \\ y=2t+1 \\ z=-2t \end{cases}$; $t\in R$.

1) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

2) بين أن الشعاع $\vec{n}(2,-2,1)$ ناظمي للمستوي (P) الذي يوازي (D) و يحوي (AB) ، ثم عين معادلة ديكارتية لـ (P) .

3) M نقطة كيفية من المستقيم (D). بين أن بعدالنقطة M عن (P) مستقل عن إحداثيات M.

4) (S) سطح كرة نصف قطره 6 و يمس المستوي (P) في النقطة $C(10,1,6)$.

جد إحداثيات ω مركز (S) علما أن هذه الإحداثيات موجبة ثم جد معادلة (S).

تمرين 03 :

الجزءأ:

1. ادرس تغيرات الدالة g المعرفة على R كما يلي: $g(t)=e^{t}-t-1$

❀ ما هي القيمة الحدية الصغرى للدالة g على R ؟

2. استنتج ما يلي :

أ) من أجل كل عدد حقيقي t :

$e^{t}\geq t+1$ ، $e^{t}>t$ و $et\text{-}\ {}^{t\text{-}} > \text{-}1$

ب) من أجل كل عدد حقيقي t بحيث: $t>\text{-}1$: $\ln(1+t)\leqslant t$

3. استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $\ln(1ex\text{-}\ {}^{x\text{-}}) \leqslant ex\text{-}\ {}^{x\text{-}}$

الجزء ب: f هي الدالة المعرفة على R كما يلي: $f(x)=x^{2}-2\ln\left(e^{x}-x\right)$

1. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x^{2}-2x-2\ln\left(1-xe^{-x}\right)$. ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب- برهن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

2. أ- بين أن: $f'(x)=\dfrac{2(x-1)\left(e^{x}-x-1\right)}{e^{x}-x}$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

3.في معلم متعامد ومتجانس (الوحدة: $3cm$). نعتبر القطع المكافئ P الذي معادلته $y=x^{2}-2x$ وَ (C) المنحني الممثل للدالة f .

أ- بين أن $f(x)-\left(x^{2}-2x\right)$ تؤول إلى 0 عندما يؤول x إلى $+\infty$. فسر النتيجة هندسيا .

ب- ادرس الوضعية النسبية لمنحنيين P و (C).

4.عين معادلة لكل من المماسين D و D' على الترتيب للمنحنيين P و (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5.ارسم في نفس المعلم ، المنحنيين P و (C) و المماسين D و D' .