تمــــرين01 **الأستاذ زروقي**

ليكن العددان المركبان : $z_1=2+3i$ و $z_2=2+i$.

1)أكتب $z_1^2-z_2^2$ على شكله المثلثي .

2) أكتب العدد المركب $\left(\frac{z_1^2-z_2^2}{8\sqrt{2}}\right)^{2008}$ على شكله الجبري.

3) A ؛ B نقطتان من المستوي لواحقها على الترتيب z_1 ، z_2 .

- عين لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتحاكي الذي نسبته -2 و مركزه B .
- عين لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالدوران الذي زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه B .

4) G نقطة من المستوي تحقق : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. عين لاحقة G ماذا تمثل النقطة G ؟

عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right)=\vec{0}$

تمــــرين02

u و v عددان مركبان غير حقيقيين ، نضع : $L=\frac{u-\bar{u}v}{1-v}$

1) برهن أن : " z حقيقي " يكافئ $|v|=1$.

2) نفرض في ما يلي أن : أن : $u=3\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ $v=2+3i$

أحسب z ، ثم عين المجموعة (Γ) للنقط M ذات اللاحقة z بحيث : $\left|\frac{z-u}{z-v}\right|=|L|$

3) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

ليكن التحويل النقطي g الذي إلى كل نقطة $M(x,y)$ يرفق النقطة $M'(x',y')$ حيث : $\begin{cases}x'=-y\\y'=x\end{cases}$.

أ. أثبت أن $OM=OM'$. و أن: $\overrightarrow{OM}\perp\overrightarrow{OM'}$. و استنتج طبيعة التحويل g ؟

ب. استنتج طبيعة و عناصر المجموعة (Γ') صورة المجموعة (Γ) بالتحويل g .

تمــــرين03 :

1- ليكن العددان المركبان : $z_1=\frac{1}{4}+i\frac{\sqrt{3}}{4}$ و $z_2=\frac{1}{4}-i\frac{\sqrt{3}}{4}$ و ليكن $z_k=z_1^k-z_2^k$ حيث : k عدد صحيح .

أ- برر دون حساب أن : z_k تخيلي صرف .

ب- أكتب كلا من z_1 و z_2 على الشكل الأسي. ثم بين أن : $z_k=\frac{i}{2^{k-1}}\sin\frac{k\pi}{3}$. أحسب z_{2013}

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب : $8z_1$ و $8z_2$

ليكن h هو التحويل النقطي الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة z إلى النقطة M' ذات اللاحقة z' . بحيث : $z'=\frac{3}{2}z+z_B$

أ- لتكن النقطة C صورة النقطة A بالتحويل h . عين لاحقة C.

ب- عين طبيعة و عناصر التحويل h

ج- عين طويلة و عمدة $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ ، و ايتنتج طبيعة التحويل T الذي مركزه C و يحول A إلى B .

تمـــــرين 04 بكالوريا فرنسية

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. لتكن النقطة B ذات اللاحقة i و M_1 النقطة ذات اللاحقة $z_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$.

1- عين طويلة و عمدة للعدد المركب z_1 .

2- لتكن النقطة M_2 ذات اللاحقة z_2 صورة العدد المركب z_1 بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

✯ عين طويلة و عمدة للعدد المركب z_2 . ✯ أثبت ان النقطة M_2 نقطة من المنصف الأول .

3- لتكن النقطة M_3 ذات اللاحقة z_3 صورة العدد المركب z_2 بالتحاكي الذي مركزه O و نسبته $\sqrt{3}+2$.

أ- أثبت أن : $z_3 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}(1+i)$

ب- أثبت ان النقطتين M_1 و M_3 تنتميان إلى الدائرة التي مركزها B و نصف قطرها $\sqrt{2}$.

جـــ - باستعمال المسطرة و المدور أنشئ النقط M_1 ، M_2 و M_3 بالإعتماد على الأسئلة السابقة .

تمـــــرين 05 :

1- حل في C المعادلة $z^3 - 8 = 0$ ثم استنتج حلول المعادلة : $(iz+2-i)^3 - 1 = 0$

2- A ، B و C نقط لواحقها : $z_A = -1+i\sqrt{3}$ ، $z_B = 2$ و $z_C = -1-i\sqrt{3}$

أ- أكتب z_A و z_C على الشكل المثلثي .

ب- مثل النقط A ، B و C

جـــ-ما هي طبيعة المثلث ABC ؟

3- ليكن R التحويل النقطي الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة z إلى النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = e^{2i\frac{\pi}{3}}z$

أ- حدد هندسيا طبيعة و عناصر التحويل R .

ب- عين صور النقط A و C بالتحويل R . استنتج صورة المستقيم (AC) بالتحويل R .

تمـــــرين 06 :

المستوي المركب P منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

❶ حل في C المعادلة : $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ ، ليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة حيث z_1 هو الحل الذي جزؤه التخيلي موجب

✯ أكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي . و مثل النقطتين M_1 و M_2 صورتا العددين المركبين z_1 و z_2 في المستوي P

❷ ليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$ ، أحسب اللاحقة z_3 للنقطة $M_3 = r(M_2)$ و مثل النقطة M_3 .

❸ ليكن t الانسحاب الذي شعاعه $\vec{w}$ الذي لاحقته $-\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ ، عين اللاحقة z_4 للنقطة $M_4=t(M_2)$ و مثل النقطة M_4 .

❹ ليكن $z_5=\frac{i}{2}(1+i\sqrt{3})$ و $z_6=\frac{2}{i-\sqrt{3}}$ ، أكتب z_5 و z_6 على الشكل الجبري ثم الأسي، مثل النقطتين M_5 و M_6 ذات اللاحقتين z_5 و z_6 .

❺ أ) أحسب $z_k{}^6$ من أجل $k\in\{1,2,3,4,5,6\}$ ب) أكتب z^6+1 على شكل جداء ثلاثة كثيرات حدود من الدرجة الثانية. برر هذه الكتابة.

تمــــرين 07:

❶ حل في C المعادلة $z^4-1=0$ ثم استنتج حلول المعادلة : $\left[(1+i)z-2+3i\right]^4-1=0$

❷ المستوي المركب P منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A و D نقطتان لاحقتاهما على الترتيب : $3+2i$ ، $2-i$

لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z-3-2i-}{z-2+i}$ تخيليا صرفا . عين المجموعة (Γ) و حدد عناصرها المميزة.

❸ ليكن التحويل r الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة z إلى النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=iz+3-i$

1- عين لاحقتي النقطتين B و C علما أن : $r(A)=B$ و $r(C)=D$

2- أثبت أن التحويل r دوران يطلب تعيين زاويته و مركزه .

3- نضع : $z=x+iy$ و $z'=x'+iy'$

أ) عبر عن x' و y' بدلالة x و y ثم x و y بدلالة x' و y' .

ب) Δ مستقيم معامل توجيهه 2 و يشمل النقطة A . عين المستقيم Δ' صورة المستقيم Δ بالدوران r .

ج) عين صورة المجموعة (Γ) بالدوران r .

تمــــرين 08:

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ L العدد المركب المعرف بـ : $L=\frac{-10-2\sqrt{3}i}{2+6\sqrt{3}i}$

1/ أ) أكتب L على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي

ب) بين أن $L^9-1=0$. ثم احسب $\left(-10-2\sqrt{3}i\right)^9-\left(2+6\sqrt{3}i\right)^9$

جـ) n و p عددان طبيعيان زوجيان . أثبت أن : $L^{6n}+L^{6p}-2=0$

2/ النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب : $z_A=2+6\sqrt{3}i$ و $z_B=\overline{z_A}$.

أ) عين اللاحقة $z_{A'}$ للنقطة A' صورة النقطة A بالتشابه المباشر الذي مركزه O و نسبته $2\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{2\pi}{3}$

ب) عين z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\left\{(A,-1);(B,2)(B',-2)\right\}$

تمــــرين 09 بكالوريا فرنسية

1) ليكن : $p(z)=z^3-6z^2+12z-16$.

أ- أحسب $p(4)$. ثم حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z)=0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ حيث $\|\vec{u}\|=\|\vec{v}\|=2cm$. A، B، C نقط لواحقها على الترّتيب: $z_A=4$، $z_B=1+i\sqrt{3}$ ؛ $z_C=\overline{z_B}$.

أ- أنشئ النقط A، B، C

ب- ما طبيعة المثلّث ABC؟

3) لتكن النّقطة K ذات اللاحقة $z_K=-\sqrt{3}+i$.

أ- عيّن z_F لاحقة النقطة F : صورة النّقطة K بالدوران . الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

ب- عيّن z_G لاحقة النقطة G صورة النّقطة K بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$.

جـ-أكتب على الشكل الأسي : $\frac{z_C}{z_F}$. ما ذا يمكن القول عن المستقيمين (OC) و (OF) ؟

د-علّم النّقطتين Gو K ثمّ بيّن أنّ الرّباعي $OBGK$ مربّع.

تمـــرين10 :

1) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+5=0$

ب) استنتج حلول المعادلة : $\left(\overline{iz+2i}-2i\right)^2-2\left(\overline{iz+2i}-2i\right)+5=0$

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط I ، B و A ذوات اللاحقات:

$z_I=1-2i$ ، $z_B=-3$ و $z_A=2+\overline{z_I}$

أ)اكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $Z=\frac{z_I-z_A}{z_I-z_B}$

ب)اكتب العدد المركب Z على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث IAB .

جـ) احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة I بالتحاكي الذي مركزه A و نسبته 2 .

3) لتكن G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$

أ) احسب z_G لاحقة النقطة G .

ب)عين (Γ_1)مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي حيث: $2\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|$

ت) عين (Γ_2)مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي حيث: $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=10$

الأستاذ: زروقي