

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول و الثاني على الخيار والتمرين الثالث اجباري

التمرين الأول: (08 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر النقط $C(6;-2;2)$ ، $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$

1-I (1) أحسب الجداء السلمي للشعاعين \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} ، ثم استنتج نوع المثلث ABC .

(2) ليكن (P) المستوي الذي معادلته: $x + y + z - 3 = 0$.

يبين أن (P) عمودي على المستقيم (AB) ويشمل النقطة A .

(3) ليكن (P') المستوي العمودي على المستقيم (AC) والذي يشمل النقطة A .
اكتتب معادلة ديكارتية للمستوى (P') .

(4) عين تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (P) و (P') .

II - لتكن D النقطة ذات الإحداثيات $(0;\alpha;\beta)$.

- عين العددين α و β حتى يكون الشعاع \overrightarrow{AD} ناظمي للمستوى (ABC) .

- نفرض الآن: $\alpha = 4$ و $\beta = -1$.

(1) أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

(2) أثبت أن قيس الزاوية BDC هو $\frac{\pi}{4} \text{ rd}$ ، ثم احسب مساحة المثلث BCD .

(3) استنتاج بعد النقطة A عن المستوى (BCD) .

التمرين الثاني: (08 نقط)

$$\begin{cases} 2iz + 3iz' = 2 + 9i \\ 3z - z' = 8 + 8i \end{cases} \quad \text{حيث: } z \text{ و } z' \text{ عددين مركبين}$$

(2) في مستوى منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$

نعتبر النقط A ، B ، C والتي لاحقاتها على الترتيب: $z_{\omega} = 1 - 2i$ ، $z_A = 3 + 2i$ و $z_B = -3$ ،

أ) تحقق أن: $z_B - z_{\omega} = i(z_A - z_{\omega})$ ، ثم استنتاج طبيعة المثلث ωABC .

ب) عين لاحقة النقطة C بحيث: $z_C = 2z_{\omega} - z_A$.

ج) عين لاحقة النقطة D مرتجع الجملة $\{(A,1);(B,-1);(C;1)\}$.

د) يبين أن الرباعي $ABCD$ مربع.

(3) لتكن (γ) مجموعة النقط M من المستوى والتي تتحقق: $2 \left\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = 8\sqrt{5}$

أ) تتحقق أن النقطة B تتبع لمجموعة (γ) ، ثم عين طبيعة المجموعة (γ) وعناصرها المميزة.

ب) أنشئ النقط A ، B ، C و ω ثم أنشئ المجموعة (γ) .

التمرين الثالث: (12 نقطة)

نعتبر الدالة f والمعرفة على $\{1\} - \mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \frac{x}{x-1} - \ln|x-1|$.

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(j; i)$.

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النهايتين الأخيرتين هندسيا.

2- أ- بيّن أن الدالة f قابلة للاشتقاق على مجال تعریفها ، ثم بيّن أن : $f'(x) = \frac{-x}{(x-1)^2}$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) تحقق أن المعادلة: $0 = f(x)$ تقبل حلاً وحيداً $[4; 5]$

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يتطلب تعريف إحداثيتها.

ج) أثبتت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (Δ) و $('\Delta)$ معامل توجيه كل منهما (-2) وأكتب معادلتيهما.

د) أحسب $f(6)$ ، $f(10)$ ، $f(-1)$ ، $f(-4)$ و $f(-8)$ ثم ارسم المماسين (Δ) و $('\Delta)$ والمنحنى (C_f)

هـ) نقاش بياني وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة:

$$m(x-1) = 2x^2 - x - (x-1)\ln|x-1|$$

4- نعتبر الدالة h والمعرفة على $\{1; 1\} - \mathbb{R}$ كمايلي : $h(x) = f(|x|)$

وليكن (C_h) المنحنى البياني للدالة h في المعلم السابق .

أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x)$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للدالة h ؟ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) بين أن الدالة h زوجية ، ثم أرسم المنحنى (C_h) في نفس المعلم السابق.

5- نعتبر الدالة g والمعرفة على $[0; +\infty)$ كمايلي : $g(x) = e^{-x} \ln(e^x - 1)$

أ) بيّن أنه من كل عدد حقيقي x موجب تماما فإن: $(e^x - 1)' = e^{-x}f(e^x)$ ، ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة g .

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ وبيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

بالتفوق في شهادة البكالوريا
دورة 01 جوان 2014
أسرة الرياضيات لثانوية بوشوة

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول و الثاني على الخيار والتمرين الثالث اجباري

التمرين الأول: (08 نقط)

المطلوب أجب بـ صحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية.

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط $B(6;1;5), A(3;-2;2)$ و $C(6;-2;-1)$ و $D(0;4;-1)$ ولتكن (P) المستوى الذي معادلته $x + y + z - 3 = 0$ ولتكن (P') المستوى العمودي على المستقيم (AC) والذي يشمل النقطة A .

1) النقط A, B و C على استقامة واحدة .

2) المثلث ABC قائم في A .

3) المستويان (P) و (P') متعمدان.

4) المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $(1;0;-1)$ شعاع توجيه له هو تقاطع المستويين (P) و (P')

5) الشعاع \overrightarrow{AD} ناظمي للمستوى (ABC)

6) حجم رباعي الوجوه $ABCD$ هو $27u.a$

7) قيس الزاوية BDC هو $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$

8) بعد النقطة A عن المستوى (BCD) هو 9

التمرين الثاني: (08 نقط)

n عدد طبيعي ، نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث $a = 3n + 2$ و $b = 2n + 1$.

1) احسب العدد $2a - 3b$ ثم استنتج أن a و b أوليان فيما بينهما.

2) نعتبر المعادلة : $3x - 4y = 304$ (E) حيث x و y عددان صحيحان.

أ) عين قيمة العدد الطبيعي n حتى تكون التالية $(a; b)$ حللاً للمعادلة (E).

ب) استنتاج حللاً خاصاً للمعادلة (E).

ج) بين أنه إذا كانت التالية $(x; y)$ حللاً للمعادلة (E) فإن $3(x - 908) = 4(y - 605)$

استنتاج مجموعة حلول المعادلة (E).

3) عين العددين الطبيعيين الأوليان فيما بينهما x_0 و y_0 اللذين يحققان الجملة:
$$\begin{cases} 3x_0 - 4y_0 = 304 \\ \text{PPCM}(x_0; y_0) = 2883196 \end{cases}$$

أقلب الورقة

التمرين الثالث: (12 نقطة)

نعتبر الدالة f والمعرفة على $\{1\} - \mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \frac{x}{x-1} - \ln|x-1|$.

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(j; i; O)$.

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النهايتين الأخيرتين هندسيا.

2- أ- بيّن أن الدالة f قابلة للاشتقاق على مجال تعریفها ، ثم بيّن أن : $f'(x) = \frac{-x}{(x-1)^2}$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) تحقق أن المعادلة: $0 = f(x)$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha \in [4; 5]$

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يتطلب تعريف إحداثيتها.

ج) أثبتت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (Δ) و $('\Delta)$ معامل توجيه كل منهما (-2) وأكتب معادلتيهما.

د) أحسب $f(6)$ ، $f(10)$ ، $f(-1)$ ، $f(-4)$ و $f(-8)$ ثم أرسم المماسين (Δ) و $('\Delta)$ والمنحنى (C_f)

هـ) نقاش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة:

$$m(x-1) = 2x^2 - x - (x-1)\ln|x-1|$$

4- نعتبر الدالة h والمعرفة على $\{1\} - \mathbb{R}$ كمايلي : $h(x) = f(|x|)$

وليكن (C_h) المنحنى البياني للدالة h في المعلم السابق .

أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x)$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للدالة h ؟ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) بين أن الدالة h زوجية ، ثم أرسم المنحنى (C_h) في نفس المعلم السابق.

5- نعتبر الدالة g والمعرفة على $[0; +\infty)$ كمايلي : $g(x) = e^{-x} \ln(e^x - 1)$

أ) بيّن أنه من كل عدد حقيقي x موجب تماماً فإن: $(e^x - 1)' = e^{-x}f(e^x)$ ، ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة g .

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ وبيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

بالتفوق في شهادة البكالوريا
دورة 01 جوان 2014
أسرة الرياضيات لثانوية بوشوة