السلسلة رقم 06: تمارين الأعداد المركبة في البكالوريا س د 2014/13

الشعب :3 علوم . ت+رياضيات+تقني رياضي — إعداد الأستاذ: بالعبيدي م العربي

ملاحظة:التمارين الواردة في هذه السلسلة خاصة بالتمارين غير المتعلقة بالتحويلات النقطية وسوف نوافيكم ببقية التمارين في السلسلة 07 .

بكالوريات شعبة علوم تجريبية

دورة2012 (الموضوع1)

1)نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $z=\frac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$ (حيث $z\neq 2-3i$).

- حل في $\mathbb{C}$ هذه المعادلة.

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب z_A و z_B حيث:

$z_A=1+i\sqrt{5}$ و $z_B=1-i\sqrt{5}$.

-تحقق أنّ A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

3)نرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z،($z\neq 2-3i$)

النقطة 'M لاحقتها'z حيث $z'=\frac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$

النقط C ، D ، E لواحقها على الترتيب: $z_C=-2i$

$z_D=2-3i$ و $z_E=3i$ و (Δ) محور القطعة $[CD]$

أ-عبّر عن المسافة 'OM بدلالة المسافتين CM و DM .

ب-أستنتج أنه من أجل كل نقطة M من (Δ) فإن 'M تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعين مركزها ونصف قطرها.

- تحقق أن النقطة E تنتمي إلى (γ).

دورة2011 (الموضوع2)

نعتبرفي مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب :

$z_A=3-2i$ ، $z_B=3+2i$ و $z_C=4i$.

1-أ- علّم النقط A ، B و C.

ب- ما طبيعة الرباعي OABC ؟ علّل إجابتك.

جـ-عيّن لاحقة النقطة Ω مركز الرباعي OABC.

2-عيّن ثم أنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=12$.

3-أ- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2-6z+13=0$.

نسمي z_0 و z_1 حلّي هذه المعادلة

ب-لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب z.

-عيّن مجموعة النقط M التي تحقق: $|z-z_0|=|z-z_1|$

دورة2009 (الموضوع1)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2z+4=0$

2) نسمي z_1 و z_2 حلي هذه المعادلة.

ا) اكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الأسي.

ب) A ، B و C هي النقط من المستوي التي لواحقها على الترتيب: $z_A=1-i\sqrt{3}$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=\frac{1}{2}(5+i\sqrt{3})$

احسب الاطوال AB ، AC و BC استنتج نوع المثلث ABC

جـ)جد الطويلة والعمدة للعدد : $Z=\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$.

د)احسب Z^3 ، Z^6 ثم استنتج ان Z^{3K} عدد حقيقي

دورة2009 (الموضوع2)

P(z) كثير حدود حيث: $p(z)=(z-1-i)(z^2-2z+4)$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$

2)نضع $z_1=1+i$ ، $z_2=1-\sqrt{3}i$.

أ) اكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي

ب) اكتب $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الجبري ثم الأسي

جـ)استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$

3)احسب قيمة العدد $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{456}$

دورة2008 بتصرف(الموضوع1)

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+2=0$ نرمز للحلين بـ z_1 و z_2 حيث $Im(z_1)\prec 0$.بين أن $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2008}$ حقيقي.

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A ، B و C نقط لاحقاتها على الترتيب: $-1+i$ ، z_1 و z_2

ليكن Z العدد المركب حيث: $Z=\frac{z_2+1-i}{z_1+1-i}$

أ)انطلاقا من التعريف $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$

ومن الخاصية $e^{i(\theta_1+\theta_2)}=e^{i\theta_1}\times e^{i\theta_2}$

برهن أن: $e^{-i\theta}=\frac{1}{e^{i\theta}}$ وأن $\frac{e^{i\theta_1}}{e^{i\theta_2}}=e^{i(\theta_1-\theta_2)}$

ب) أكتب Z على الشكل الأسي.واستنتج طبيعة المثلث ABC

بكالوريات شعبة تقني رياضي

دورة2013 (الموضوع1)

1-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $2z^2+6z+17=0$.

2-في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B ، C لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=-4$ ، $z_B=-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}i$ و $z_C=-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}i$

- احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$
- استنتج طبيعة المثلث ABC .

3-أ) عيّن z_D و z_E لاحقتي النقطتين D و E على الترتيب حتى يكون الرباعي BCDE مربع مركزه A .

ب) عيّن (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث:

$$\left\|\vec{MD}+\vec{ME}+\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=10\sqrt{2}$$

4-(Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\arg(z+4)=\frac{\pi}{4}$

تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (Γ_2) ثم عيّن المجموعة (Γ_2).

دورة2012 (الموضوع1)

1-حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $(z^2+2z+4)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$

2-المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

A ، B ، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ ، $z_C=-1-i\sqrt{3}$ و $z_D=-1+i\sqrt{3}$.

أ-أكتب كلا من z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل الأسي.

ب-تحقق أن: $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_C}=i$ ، ثم استنتج أن $(AC)\perp(BD)$

3- z_n العدد المركب الذي طويلته $\frac{1}{2^n}$ و $\frac{2\pi}{3}n$ عمدة له

L_n العدد المركب المعرف بـ: $L_n=z_D\times z_n$.

أ-اكتب كلا من L_0 و L_1 على الشكل الجبري.

ب- (U_n) متتالية معرفة بـ: $U_n=|L_n|$ من أجل كل $n\in\mathbb{N}$

-أثبت أن (U_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

- M_0 ، M_1 ،......... ، M_n صور الأعداد المركبة L_0 ، L_1 ،....... ، L_n على الترتيب.احسب بدلالة n المجموع $S_n=\|\vec{OM_0}\|+\|\vec{OM_1}\|+.....+\|\vec{OM_n}\|$.

-جد نهاية S_n عندما يؤول n إلى $+\infty$.

دورة2011 (الموضوع2)

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0......(E)$

1)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) أكتب حلولها على الشكل الأسي

2)المستوي نتسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب

$z_A=2i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ و $z_C=\sqrt{3}-i$ نضع: $L=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

أ)أكتب L على الشكل الأسي.

ب)أثبت أن $z_A-z_B=L(z_C-z_B)$.

جـ)استنتج نوع المثلث ABC واحسب مساحته S

دورة2011 بتصرف (الموضوع1)

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-3+2i)(z^2+6z+10)=0$

2)علّم في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط: A ، C ، D و I ذات الاحقات:

$z_A=3-2i$ ، $z_C=-3+i$ و $z_D=-3-i$ ، $z_I=1$

3) z عدد مركب يحقق الجملة التالية:

$$\begin{cases}\arg(z-3+2i)=\arg(z-1)+\frac{\pi}{2}\\ |z-3+2i|=|z-1|\end{cases}.$$

أ) بين أن الجملة تكافئ: $\frac{z-3+2i}{z-1}=i$ ثم عين قيمة z .

ب) B النقطة التي لاحقتها $z_B=3$.

تحقق أن: $\vec{AB}=\vec{DC}$ ، ماهي طبيعة الرباعي ABCD ؟

جـ) لتكن J النقطة التي لاحقتها z_J حيث: $z_J=1-2i$.

أكتب على الشكل الأسي العدد المركّب: $Z=\frac{z_A-z_I}{z_B-z_J}$

تحقق أن : $\vec{AB}=\vec{JI}$.ما هي طبيعة الرباعي ABIJ ؟

دورة2010 (الموضوع1)

-أكتب على الشكل الاسي العدد: $a=-2+2\sqrt{3}i$

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2=-2+2\sqrt{3}i$

2) ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

A ، B و C النقط التي لاحقاتها:

$z_A=-2$ ، $z_B=-1-\sqrt{3}i$ و $z_C=1+\sqrt{3}i$ على الترتيب

أ-أحسب طويلة العدد المركّب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ وعمدة له.

ب-أستنتج طبيعة المثلث ABC

3)لتكن (E) مجموعة النقط M(z) حيث: $\arg(\bar{z}+2)=\frac{\pi}{3}$

أ-تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (E) .ب-عين المجموعة (E)

دورة2009 (الموضوع2)

1-أ)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+2=0$

ب)استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة: $(\bar{z}+3)^2-2(\bar{z}+3)+2=0$

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A ، B و M لواحقها $(1-i)$ ، $(1+i)$ و z على الترتيب

أ)عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي: $z=1-i+ke^{i\frac{5\pi}{4}}$

ب)عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي: $|z-1+i|=|z-1-i|$

دورة2009 (الموضوع1)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-6z+18=0$

2-أ) أكتب العدد المركب: $z_1=3-3i$ على الشكل الأسي

ب)أحسب طويلة العدد z_3 وعمدة له حيث:

$$z_1\times z_3=6(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12})\ .$$

أستنتج قيمتي $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$

3) في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A ، B و C ذات اللاحقات :

$3+3i$ $3-3i$ و $\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{6}}{2}$ على الترتيب.

أ)عين قيم العدد الحقيقي α حتى تقبل الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-1);(C,\alpha)\}$ مرجحا نرمز له بـ G_α

ب)عين مجموعة النقط G_α لما يتغير α في $\mathbb{R}^*$

دورة2008 بتصرف (الموضوع1)

لتكن في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (*) المعرفة كمايلي:

$$z^3+(2-4i)z^2-(6+9i)z+9(-1+i)=0$$

1-بين أن $z_0=3i$ هو حل للمعادلة (*).

2-بين أن (*) تقبل حلاحقيقيا z_2 ،ثم استنتج الحل الثالث z_1

3-لتكن النقط A ، B و C صور الحلول z_0 ، z_2 و z_1 على التوالي في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

عيّن النقطة G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1);(C,-1)\}$

4-عين المجموعة (E) للنقط M حيث:

$$AM^2+BM^2-CM^2=-13$$

- بين أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (E) ثم أنشئ (E) .

دورة2008 بتصرف (الموضوع1)

r عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي كيفي.

1-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2r\cos(\frac{\theta}{2})z+r^2=0$

اكتب الحلين على الشكل الأسي.

2-في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقطتين A ، B صورتي الحلين.

عين θ حتى يكون المثلث OAB متقايس الاضلاع

بكالوريا ت شعبة الرياضيات

دورة2009 (الموضوع1)

نرفق بكل عدد مركب $z\neq 1$ العدد المركب $f(z)=\frac{z-i}{z-1}$

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(45+45i)f(z)=23+45i-2z$

2-لتكن M صورة العدد المركب z في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

أ)عين مجموعة النقط M بحيث يكون $f(z)$ حقيقيا سالبا تماما

ب) أحسب العدد المركب z_0 بحيث:

$$|f(z_0)|=1 \text{ و } \arg(f(z_0))=\frac{3\pi}{2}$$

3-في المستوي المركب نعتبر النقط A ، B و C صور الاعداد المركبة 1 ، i و z_0 على الترتيب.

أ-مانوع المثلث ABC ؟

ب-عين النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى المستقيم (AB) واستنتج طبيعة الرباعي ACBD .

دورة2008 بتصرف (الموضوع1)

في المجموعة $\mathbb{C}$ ، نعتبر كثير الحدود :

$$P(z)=2z^4-2iz^3-z^2-2iz+2$$

1-بيّن انه إذا كان α جذرا لـ $P(z)$ فإن $\frac{1}{\alpha}$ جذرا له أيضا

2-تحقق أن : $1+i$ و $-1+i$ جذرين لكثير الحدود $P(z)$

3-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$

أكتب الحلول على الشكل الأسي

4- في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B ، C و D والتي لواحقها على الترتيب : $1+i$ ، $-1+i$ ، $-\frac{m}{2}-\frac{m}{2}i$ و $\frac{m}{2}-\frac{m}{2}i$

حيث m عدد حقيقي.

عيّن m حتى يكون الرباعي ABCD مربعا.

بكالوريا ت النظام القديم

دورة 2001 علوم

1-أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب: $-6+i6\sqrt{3}$

2-استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة: $\left(z+\frac{3\sqrt{3}+i}{4}\right)^2=\frac{-6+6\sqrt{3}i}{16}$

3-ليكن $2z_1=-\sqrt{3}+i$ و $z_2=-\sqrt{3}-i$ عددان مركبان

اكتب كلا من z_1 و z_2 على شكله الأسي.

4- في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر العدد المركب : $L=-2(\sin\theta+i\cos\theta)$.

حيث θ عدد حقيقي والتكن النقط A، B و M صور الأعداد المركبة z_1 و z_2 L على الترتيب.

أ- أحسب طويلة وعمدة للعدد المركب L بدلالة θ.

ب- نضع : $\theta=\frac{2\pi}{3}$ أثبت أن المثلث ABM قائم.

دورة 1980 علوم

α عدد المركب حيث : $\alpha=\sqrt{2-\sqrt{2}}-i\sqrt{2+\sqrt{2}}$

1)أحسب α^2 ثم α^4 .

2) أحسب $|\alpha^4|$ و عمدة لـ α^4 ثم استنتج $|\alpha|$ وعمدة لـ α

3) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس .

عين مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $|\alpha z|=8$

دورة 1995 علوم

في المجموعة $\mathbb{C}$ ، نعتبر كثير الحدود :

$P(z)=z^3-(1+i\sqrt{2})z^2+(1+i\sqrt{2})z+i\sqrt{2}$

1-أ)بيّن أن المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 عيّنه

ب) عيّن عددين حقيقيين a و b حتى يكون من أجل كل عدد مركب z، $P(z)=(z-z_0)(z^2+az+b)$

جـ) حل عندئذ في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

أكتب الحلول على الشكل الأسي.

2- في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن النقط A، B وC ذات الواحق :

$z_A=i\sqrt{2}$ ، $z_B=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ و $z_C=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ على التوالي .

أ)عين لاحقة النقطة G مرجح النقط A، B وC والمرفقة بالمعاملات -3 ، $(1+\sqrt{6})$ و $(1-\sqrt{6})$ على الترتيب.

ب) بين أن النقطة G مركز الدائرة بالمثلث ABC .

من دورة 2001 علوم

نضع $z=2\cos^2(\alpha)+i\sin(2\alpha)$ و $\alpha\in[0;2\pi]$

1 ـ عيّن حسب قيم α، طويلة و عمدة العدد z.

2 ـ المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس .

عيّن مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي عندما يتغيّر α

دورة 2004 علوم

α عدد مركب غير معدوم .

1- أنشر العبارة $[1-(1+\alpha)i]^2$.

2- حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z

$z^2+[-1+(1-\alpha)i]z+\alpha i+\alpha=0$ نرمز بـ z_1، z_2 إلى حلي هذه المعادلة حيث z_2 هو الحل المستقل عن α

3- نفرض في هذا السؤال أن $z=yi$ حيث $y\in\mathbb{R}^*$

أكتب كلا من z_1، z_2 على شكله ا لمثلثي .

4- المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

A و M نقطتان من المستوي لاحقتاهما z_2 و z على الترتيب ولتكن (c)مجموعة النقط M من المستوي التي يكون من أجلها $(z-z_2)\overline{(z-z_2)}=2$

تحقق أن O تنتمي إلى المجموعة (c) ، ثم عيّن (c).

دورة 1996 علوم

ليكن z العدد المركب حيث : $z=\frac{\sqrt{3}+i}{1-i}$

أ) أحسب طويلة العدد المركب z وعمدة له .

ب)أكتب z على الشكل الجبري

جـ) استنتج القيمة المضبوطة لـ $\cos\frac{5\pi}{12}$ و $\sin\frac{5\pi}{12}$

د) عين العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^n$ عددا حقيقيا.

دورة 1995 علوم

نعتبر المعادلة (E) في المجموعة $\mathbb{C}$ ذات المجهول z.

$z^3-2(1+i)z^2+3iz+1-i=0...(E)$

أ- برهن أن المعادلة (E) تقبل حلين أحدهما z_0 حقيقي والآخر z_1 تخيلي صرّف يطلب حسابهما .

أحسب الحل لآخر z_2 للمعادلة (E)

ب-في مستوي منسوب إلى معلم متعامدو متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن A، B وC صور الحلول z_0، z_2 و z_1

-عين طبيعة المثلث ABC

-عين إحداثيتي مركز ثقل المثلث ABC

دورة 2009 علوم دقيقة

1-أ)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z\cos\alpha+1=0....(1)$

ب) حدّد الطويلة وعمدة لكل من الحلين .

2-أ)استنتج حلول المعادلة $z^4-2z^2\cos\alpha+1=0....(2)$

ب)حدّد طبيعة الرباعي $ABCD$ حيث A، B، C و D صور حلول المعادلة (2) (α عدد حقيقي من المجال $[0;\alpha]$)

جـ) من أجل أي قيمة للعدد α يكون الرباعي $ABCD$ مربعا

الأستاذ: بالعبيدي محمّد العربي larbibelabidi@gmail.com