01 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

f تحويل نقطي حيث: $M(x;y)\to M'(x';y'):\begin{cases}x'=y+1\\y'=-x-1\end{cases}$

1)عيّن إحداثيي النقطة B محوّلة النقطة $A(0;1)$ بالتحويل f .

2)جد إحداثيي النقطة D التي محولتها $C(1;1)$ بالتحويل f .

3)بيّن أنه توجد نقطة ω صامدة وحيدة بالتحويل f يطلب تعيينها

4)جد محولة المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x+y-1=0$ بـ f

5-أ)بين أن العبارة المركبة لـ f هي: $z'=-iz+1-i$

ب)استنتج طبيعة التحويّل f مع ذكر عناصره المميزة.

جـ)عين نوع التحويل S وعناصره المميزة حيث: $S=fof$

02 T تحويل نقطي حيث: $T:M(z)\to M'(z')$

عين الطبيعة والعناصر المميزة للتحول T في كل حالة

1) $z'=z+i$ ، 2) $z'=-2z+3-3i$

3) $z'=iz+1+i$ ، 4) $z'=(1+i)z-3i$

03 S تحويل نقطي معرف بالعبارة المركبة المختصرة

عين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة في كل حالة

1) $(z'-i)=2(z-i)$ ، 2) $(z'+i)=\sqrt{3}i(z+i)$

3) $(z'+2)=(1-i)(z+2)$ ، 4) $z'=\sqrt{2}(1-i)z$.

04 أكتب العبارة المختصرة ثم العبارة المركبة للتحويل T في كل حالة من الحالات التالية.

1) T انسحاب شعاعه $\vec{v}(1;2)$

2) T تحاكي مركزه $\omega(1-i)$ ونسبته -2

3) T دوران مركزه $\omega(i)$ وزاويته $\frac{\pi}{3}$

4) T تشابه مباشر مركزه $\omega(2i)$ ونسبته 2 وزاويته $\frac{2\pi}{3}$

05 نعتبر في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس النقط: $A(2i)$، $B(6)$، $C(1+i)$ ، $D(3-3i)$.

T تحويل نقطي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$

حيث: $z'=3\alpha z+\beta$ حيث α، β عددان مركبان.

1)عين α وβ علما أن: $T(A)=B$ و $T(C)=D$

2)ماهي طبيعة التحويل T أعط عناصره المميزة .

06 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1) عين الدوران R_1 الذي يحوّل النقطة $A(1;-2)$ إلى النقطة $B(1;0)$ ويحوّل النقطة $C(1;-1)$ إلى النقطة O

ثم عين عناصره المميزة.

2)عين مركز الدوران الذي زاويته $-\frac{\pi}{3}$ ويحوّل النقطة $A(1;\sqrt{3})$ إلى النقطة $B(2;2)$.

07 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1) عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S_1 الذي يحوّل النقطة $A(1;2)$ إلى النقطة $B(1;4)$ ويحوّل النقطة $C(2;-1)$ إلى النقطة $D(5;2)$ ، ثم عين عناصره المميزة.

2)عين نسبة وزاوية التشابه المباشر S_2 الذي يحوّل النقطة $M_1(1;-1)$ إلى النقطة $M_2(3;0)$ ومركزه النقطة $\omega(1;0)$.

3)عين مركز التشابه المباشر S_3 الذي نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ والذي يحوّل النقطة $A(2;1)$ إلى النقطة $B(2;2)$

08 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة 4cm).نعتبر النقط A ، B، C وD ذات اللواحق

$a=1$ ، $b=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $c=\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ و$d=\frac{\sqrt{3}}{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$

أ) أكتب c على الشكل الأسي و d على الشكل الجبري.

ب)مثل النقط A ، B، C وD في المعلم المعطى.

جـ) بين ان النقط D ، C و A في استقامية.

د)عين الزاوية θ والنسبة k للتشابه المباشر S الذي مركزه O والذي يحوّل النقطة A إلى C

09 1)في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقطتين A و B لواحقهما على الترتيب

$z_A=-\sqrt{3}+i$ و $z_B=-1+i\sqrt{3}$

أ) أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي ، ثم مثل A و B .

ب)احسب طويلة وعمدة العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABO وقيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$.

جـ) عين لاحقة النقطة C حتى يكون الرباعي ACBO معين ثم مثل النقطة C و عين مساحة المثلث ABC بـcm².

3) f التحويل النقطي في المستوي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=e^{-\frac{\pi}{6}i}z$

أ) تعرف على طبيعة التحويل f وعيّن عناصره المميزة.

ب) عيّن على الشكل الأسي لواحق النقط A' ، B' وC' صور النقط A، B وC على الترتيب بالتحويل f.

جـ)استنتج مساحة المثلث $A'B'C'$.

10 1)المستوي منسوب إلى معلم متعامدو متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ حيث $\|\vec{u}\|=\|\vec{v}\|=2cm$.تعطى النقط A، B، C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=4$ ؛ $z_B=1+i\sqrt{3}$ ؛ $z_C=\overline{z}_B$.

ا- أنشئ بعناية النقط A، B، C

بـ ما طبيعة المثلث ABC ؟ علل إجابتك.

3) لتكن النّقطة K ذات اللاحقة $z_K=-\sqrt{3}+i$.

ا-عيّن z_F لاحقة النقطة F صورة النّقطة K بالدوران $r(O;\frac{\pi}{3})$

بـ-عيّن z_G لاحقة النقطة G صورة النّقطة K بالانسحاب $t_{\overrightarrow{OB}}$

جـ- أثبت أنّ المستقيمين (OC) و (OF) متعامدان.

د-علّم النّقطتيْن G و K ، ثمّ بيّن أنّ الرّباعي OBGK مربّع.

هـ- عيّن طويلة وعمدة z_G .

11 $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي المركب.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+2=0$.

2) نعتبر النقاط A، B، C وD التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=2z_B$ و $z_D=3$. أنشئ الشكل.

3) بين أن النقاط A، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها D ونصف قطرها يطلب تعيينه.

4) احسب $\frac{z_C-3}{z_A-3}$. استنتج طبيعة المثلث DAC.

5) نعتبر التحاكي h الذي مركزه D ونسبته 2 و r الدوران الذي مركزه D وزاويته $\frac{\pi}{2}$. نسمي C' صورة C بواسطة h و C'' صورة C' بواسطة r.

بين أن المستقيمين (AC) و(C'C'') متعامدين.

12 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ [وحدة الطول 4cm].لتكن النقطتان A ، B اللتان لاحقتاها على التّرتيب: $z_A=-i$ ؛ $z_B=e^{\frac{5\pi}{6}i}$.

1)اكتب z_A على الشكل الأسّي و z_B على الشكل الجبري.

2)ليكن الدوران $R(O;\frac{-2\pi}{3})$ ولتكن C صورة B بـ R

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران R.

ب)بيّن أن لاحقة النقطة C هي: $z_C=e^{\frac{\pi}{6}i}$.

ثم اكتب z_C على الشكل الجبري.

جـ)بيّن أن النقط A ، B ، C تنتمي إلى دائرة واحدة (Γ) مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها .

3-أ) اكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي .

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC .

13 المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$

A وB نقطتان لاحقتيهما على الترتيب $a=i$ و $b=1+i$

نسمي : r_A الدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

r_B الدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$

و r_O الدوران الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

I- لتكن C النقطة ذات اللاحقة $c=3i$. نسمي D صورة C بالدوران r_A ، G صورة D بالدوران r_B و H صورة G بالدوران r_O. نرمز بـ d ، g و h للواحق النقط D، G و H على الترتيب.

1) برهن أن $d=-2+i$.

2) عين كل من g و h.

3) برهن أن الرباعي $CDGH$ مستطيل.

II- لتكن M نقطة تختلف عن O وعن A لاحقتها m. نسمي N صورة M بالدوران r_A ، P صورة N بالدوران r_B و Q صورة M بالدوران r_O. نرمز بـ n ، p و q للواحق النقط N، P و Q على الترتيب.

1) بين أن : $n=im+1+i$.

نقبل أن $p=-m+1+i$ و $q=-im$.

2) بين أن الرباعي $MNPQ$ متوازي أضلاع.

3) أ) بين المساواة التالية : $\frac{m-n}{p-n}=i+\frac{1}{m}$.

ب) عين المجموعة (Γ) للنقط M التي يكون من أجلها الرباعي $MNPQ$ مستطيلا.

14 $M(z)$ نقطة من المستوي المركب حيث $z=x+iy$

1) $F(z)$ كثير حيث: $F(z)=z^2+\left[\frac{1}{2}-\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)i\right]z-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

-احسب $F(i)$ ثمّ استنتج الجذر الآخر لكثير الحدود $F(z)$.

-أكتب الجذرين السابقين على الشكل الأسي علما أنّ b هو التخيلي الصرف والآخر a.

2. نعرّف التحويل النقطي T الذي يرفق بكلّ نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث $z'=e^{\frac{2i\pi}{3}}z+i$.

-حدد طبيعة التحويل T ثمّ عيّن عناصره المميزة.

-أنشئ النقط Ω ، M_1 و M_2 إذا علمت أنّ Ω صامدة بالتحويل T و M_1 صورة O و M_2 صورة M_1 بالتحويل T.

3. نعرّف متتالية نقط المستوي المركب كما يلي:

$M_0=O$ ومن أجل عدد طبيعي n فإنّ $M_{n+1}=T(M_n)$.

نسمّي z_n لاحقة النقطة M_n ونضع $Z_n=z_n-\omega$ حيث ω لاحقة النقطة Ω.

-احسب $\frac{Z_{n+1}}{Z_n}$ ثمّ جد عبارة Z_n بدلالة n واستنتج عندئذ z_n.

-حدد موقع النقطة M_{2008}.

الأستاذ: ب م العربي larbibelabidi@gmail.com