01 1) (u_n)متتالية حسابية متزايدة حدّها الأول u_1 وأساسها r

أ) أحسب u_2 و r علما أن: $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=9 \\ u_1^2+u_2^2+u_3^2=35 \end{cases}$

ب)جد u_n بدلالة n،ثم استنتج المجموع: $S=1+3+5+...+2015$

2) (v_n)متتالية عددية معرفة بـ: $v_n=e^{u_n}$

أ)بين أن (v_n)متتالية هندسية يطلب تعيين عناصرها المميزة

ب)أحسب كلا من المجموع: $T_n=v_1+v_2+..+v_n$

والجداء $P_n=v_1.v_2...v_n$ ، ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty} T_n$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} P_n$

02 a، b و c أعداد حقيقية غير معدومة .

1) بين أنه إذا كانت a ، b و c بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة لمتتالية هندسية فإن :

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)(a-b+c)$.

2) جد ثلاث حدود متتابعة لمتتالية هندسية علما أنّ مجموعها هو 78 ومجموع مربعاتها هو 3276

03 1)برهن أنه إذا كانت z، y ، x أعداد حقيقيّة موجبة تماما بهذا الترتيب تشكّل حدودا متتابعة من متتالية هندسية فإن:

lnz، lny، lnx هي حدود متتابعة من متتالية حسابية.

2)جد الأعداد z ، y، x حيث: $\begin{cases} \ln(x\times y\times z)=21 \\ \ln x\times\ln y\times\ln z=-105 \end{cases}$

04 1) (U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث

$\ln u_1+\ln u_5=-12$ و $\ln u_2-\ln u_4=4$

*عين أساسها وحدها الأول u_0 ،ثم أكتب u_n بدلالة n

* نسمي S_n المجموع : $u_0+u_1+.....+u_n$

أحسب S_n بدلالة n ثم نهاية S_n لما تؤول n إلى $+\infty$

2) (V_n) المتتالية العددية المعرفة كمايلي:

مهما يكن العدد الطبيعي n فإن : $V_n=\ln u_n+\ln u_{n+1}$

* بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

نسمي S'n المجموع : $v_0+v_1+.....+v_n$

*عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $S'_n=2^{30}$

05 (U_n)متتالية عددية معرفة بـ: $U_0=6$

ومن أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $3U_{n+1}=U_n+6$

1أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $U_n\succ 3$

ب)بين أن المتتالية (U_n) متناقصة، ثم استنتج أنها متقاربة.

جـ) عين نهاية المتتالية (U_n) .

2) (V_n)المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$بـ: $V_n=\ln(U_n-3)$

أ) بين أن (V_n) متتالية حسابية أساسها $r=-\ln 3$

ب)عبر عن V_n ثم U_n بدلالة n .ثم جد من جديد نهاية (U_n)

06 1) $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$متتالية هندسية حدودها موجبة حيث:

$U_0=1$ و $\ln U_1+\ln U_2=-3\pi$

أ)عين أساس هذه المتتالية ، وأحسب U_n بدلالة n .

ب) نسمي P_{n+1} المجموع : $U_0+U_1+....+U_n$.

أحسب P_{n+1} بدلالة n ، ثم جد $\lim\limits_{n\to+\infty}(P_{n+1})$

2) $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بـ: $V_n=\ln(U_n)$

أ) بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها .

ب)نضع : $S_{n+1}=V_0+V_1+.....+V_n$

أحسب S_{n+1} بدلالة n، ثم بين أن $\sin(S_{n+1})=0$

3- أ) نضع: $\pi_{n+1}=U_0\times U_1\times.....\times U_n$.

أحسب π_{n+1} بدلالة n ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty}\pi_{n+1}$

ب) عين الحد U_p بحيث يكون : $\pi_{p+1}=e^{-6\pi}$.

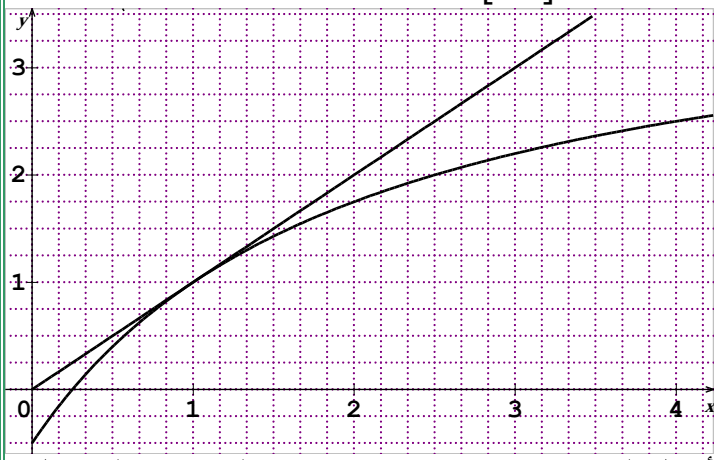
07 (u_n)متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي:

$u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\dfrac{4u_n-1}{u_n+2}$

1) أحسب u_1 و u_2 .

2)الشكل أدناه هو تمثيل بياني للدالة $f:x\mapsto\dfrac{4x-1}{x+2}$.

على المجال $[0;5]$ و المستقيم ذو المعادلة $y=x$



أ)مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 على محور الفواصل

ب)ماتخمينك حول تقارب المتتالية (u_n) ؟

جـ)برهن بالتراجع على أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_n\neq 1$

د)أدرس اتجاه تغير (u_n) واستنتج أنها متقاربة ثم جد نهايتها

3- من أجل كل عدد طبيعي نضع: $v_n=\dfrac{1}{u_n-1}$

أ)جد v_0 ، v_1 و v_2 ما تخمينك حول طبيعة المتتالية (v_n) ؟

ب)برهن على أن (v_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{3}$ و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$

08 (u_n)متتالية عددية حدودها موجبة معرفة كما يلي:

$u_1=e^2$ و من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $(u_{n+1})^2=e.u_n$

من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ نضع: $v_n = \dfrac{\ln u_n + 1}{2}$

1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها .

2) احسب v_1 ،ثم عين عبارة v_n .

3) عبّر عن u_n بدلالة v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

4) احسب المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_n$

5)ما هي طبيعة المتتالية (t_n) حيث: $t_n = \ln u_n$

6) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} S_n$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} t_n$

09 (u_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = -1$ ؛ $u_1 = \dfrac{1}{2}$

ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+2} = u_{n+1} - \dfrac{1}{4}u_n$

(v_n) متتالية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_{n+1} - \dfrac{1}{2}u_n$.

1)حد v_0 .ثم أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسيّة يطلب تعيين أساسها

- اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

- احسب ، بدلالة n ، المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

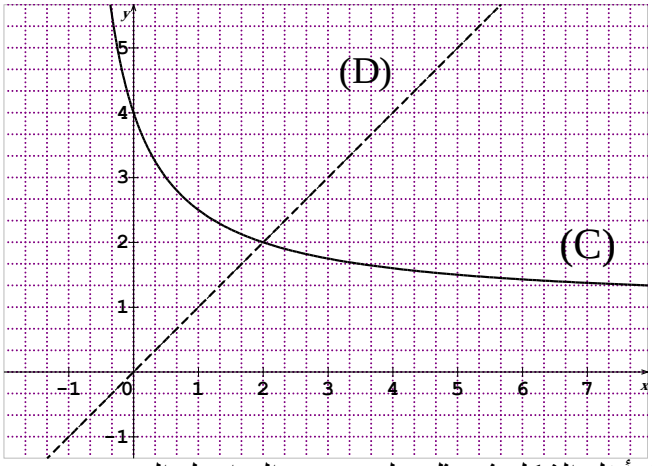
2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \dfrac{u_n}{v_n}$.

جد w_0 .ثم بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابيّة يطلب تعيين أساسها

10 f دالة معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{x+4}{x+1}$

نعتبر المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

1) الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على المجال $[0;+\infty[$ والمستقيم الذي (D) معادلته $y = x$.



أ) أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب) ما تخمنك حول تقارب المتتالية (u_n) ؟

جـ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \le u_n \le \dfrac{5}{2}$.

2)نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{6 - 3u_n}{u_n + 2}$

أ) احسب $6 - 3u_{n+1}$ و $u_{n+1} + 2$ ، ثم بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $-\dfrac{1}{3}$ ، عين نهايتها.

ب)عبر عن u_n بدلالة v_n ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n).

11 يمثل الجدول المقابل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ كمايلي

x	1	$+\infty$
$f'(x)$	0	-
$f(x)$	1	$+\infty$

1-بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $[1;+\infty[$ ثم استنتج اشارة $f(x)$ على $[1;+\infty[$

2-(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي

$U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 2 + \ln U_n$

أ-برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le U_n \le \alpha$

ب- أثبت أن المتتالية (U_n) متناقصة على $\mathbb{N}$.

جـ-استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة وعين نهايتها.

12 لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 2$

و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \dfrac{2}{3}u_n + \dfrac{1}{3}n + 1$

1-أ)احسب u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 (تعطى النتائج بتقريب 10^{-2})

ب) أعط تخمينا حول اتجاه تغير هذه المتتالية.

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \le n + 3$.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \dfrac{1}{3}(n + 3 - u_n)$.ثم استنتج صحة تخمينك.

3) نسمي (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - n$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{2}{3}$.

ب)استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n + n$.ثم عين نهاية المتتالية (u_n).

4) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نضع :

$S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + ... + u_n$ و $T_n = \dfrac{S_n}{n^2}$

أ) عبر عن S_n بدلالة n.

ب) عين نهاية المتتالية (T_n).

الأستاذ: ب م العربي larbibelabidi@gmail.com