**بكالوريات شعبة علوم تجريبية**

**دورة2013 (الموضوع1)**

**I)** المتتالية $(v_n)$ معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{5^{n+1}}{6^n}$ .

1) بيّن أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n$ .

**II)** المتتالية $(u_n)$ معرفة بـ:

$u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\sqrt{5u_n+6}$ .

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1\le u_n \le 6$

2) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$.

3) أ) برهن أنّه ،من أجل كل عدد طبيعي n، $6-u_{n+1} \le \frac{5}{6}(6-u_n)$

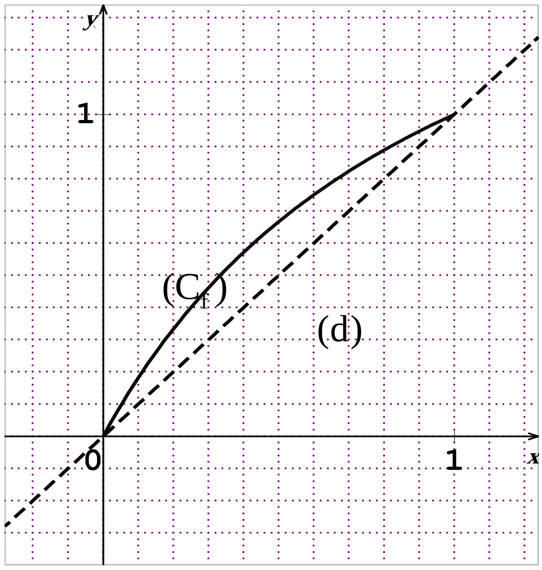
ب) بيّن أنّه ، من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le(6-u_n)\le v_n$ .

استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$

**دورة2013 (الموضوع2)**

في الشكل المقابل ، $(C_f)$ هو التمثيل البياني للدالة f المعرّفة على المجال $[0;1]$ بالعلاقة $f(x)=\frac{2x}{x+1}$.

و $(d)$ المستقيم ذو المعادلة $y = x$




1) $(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بحدّها الأول $u_0=\frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي $u_{n+1}=f(u_n)$ .

أ) اعد رسم هذا الشكل في ورقة الاجابة ، ثم مثل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.

2) أ) أثبت أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;1]$.

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le u_n \le 1$

جـ) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

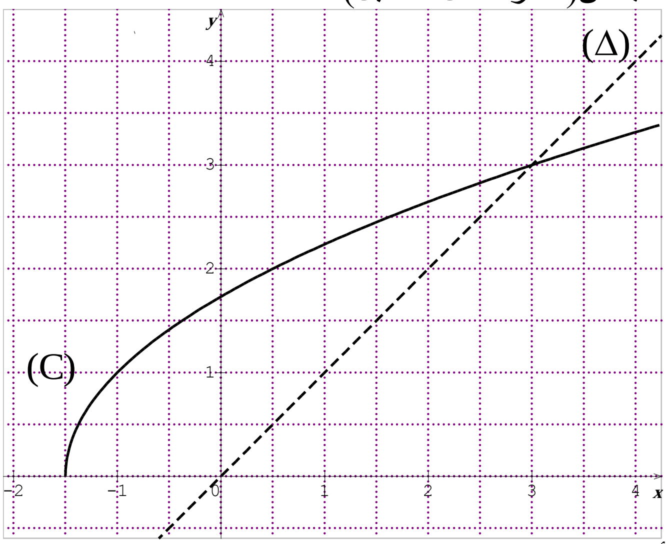
3) $(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{u_n-1}{u_n}$

أ) برهن أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدّها الأول $v_0$ . ب) أحسب نهاية $(u_n)$.

**دورة2012 (الموضوع1)**

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\sqrt{2u_n+3}$ لتكن

1) لتكن h الدالة المعرفة على $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $h(x)=\sqrt{2x+3}$ و $(C)$ تمثيلها البياني و $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب معلم متعامد ومتجانس(انظر الشكل المقابل)




أ) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ (دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء)

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\prec u_n \prec 3$

3) أ) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

ب)-استنتج أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ .

**دورة2012 (الموضوع2)**

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بحدّها الأول $u_0=\frac{13}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=3+\sqrt{u_n-3}$ .

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $3<u_n<4$

2) بين أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n^2+7u_n-12}{\sqrt{u_n-3}+u_n-3}$

استنتج أن $(u_n)$ متزايدة تماما

3) برّر لماذا $(u_n)$ متقاربة.

4) $(v_n)$ المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln(u_n-3)$

أ) برهن أن $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$، احسب حدّها الأول

ب) اكتب كلا من $v_n$ و $u_n$ بدلالة n ،ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$ .

جـ) نضع ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$P_n=(u_0-3)(u_1-3)(u_2-3)\times.....\times(u_n-3)$$

اكتب $P_n$ بدلالة n ، ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}P_n=\frac{1}{16}$ .

**دورة 2011 (الموضوع1)**

$(u_n)$ المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$u_0=-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=3u_n+1$

$(v_n)$ متتالية معرّفة من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n+\frac{1}{2}$

**في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية اقترحت ثلاث إجابات إجابة واحدة منها فقط صحيحة، حددّها مع التعليل.**

1. المتتالية $(v_n)$:

أ-حسابية ، ب-هندسية ، جـ- لاحسابية ولاهندسية

2. نهاية المتتالية $(u_n)$ هي: أ- $+\infty$ ، ب- $-\frac{1}{2}$ ، جـ- $-\infty$

3. نصع من أجل كل عدد طبيعي n

$$S_n=-\frac{1}{2}\left[1+e^{\ln3}+e^{2\ln3}+e^{3\ln3}+....+e^{n\ln3}\right]$$

أ- $S_n=\frac{3^{n+1}-1}{2}$ ، ب- $S_n=\frac{1-3^n}{4}$ ، جـ- $S_n=\frac{1-3^{n+1}}{4}$

**دورة 2011 (الموضوع2)**

$\alpha$ عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1.

$(u_n)$ المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$u_0=6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\alpha u_n+1$

$(v_n)$ متتالية معرّفة من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n+\frac{1}{\alpha-1}$

1. أ-بيّن أن $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\alpha$ .

ب-أكتب بدلالة n و $\alpha$ عبارة $v_n$

استنتج بدلالة n و $\alpha$ عبارة $u_n$

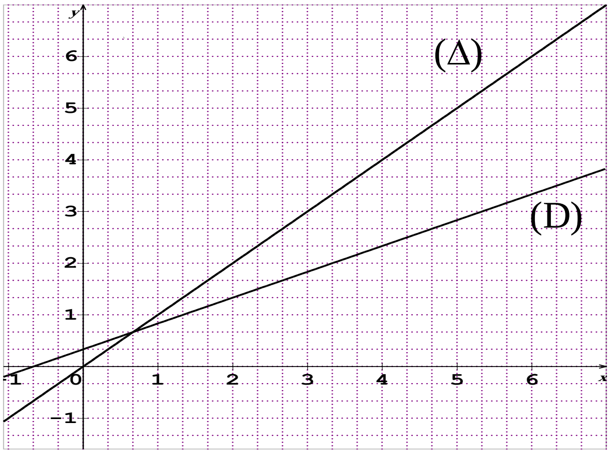
جـ-عيّن قيّم العدد الحقيقي $\alpha$ التي تكون من أجلها $(u_n)$ متقاربة

2. نضع: $\alpha=\frac{3}{2}$ - أحسب بدلالة n المجموعين $S_n$ و $T_n$

حيث: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $T_n=u_0+u_1+...+u_n$

**دورة 2010 (الموضوع2)**

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلنا المستقيمين $(\Delta):y=x$ و $(D):y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}$




1) لتكن المتتالية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$u_0=6$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+\frac{1}{3}$

أ) أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية $u_0$، $u_1$، $u_2$ ، $u_3$ و $u_4$ دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

ب) عين إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين $(\Delta)$ و $(D)$ .

جـ) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

2) أ-باستعمال البرهان بالتراجع ، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n>\frac{2}{3}$.

ب-استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

3) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n-\frac{2}{3}$.

أ-بين أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول

ب-اكتب بدلالة n عبارة الحد العام $v_n$ واستنتج $u_n$ بدلالة n

جـ-احسب المجموع $S_n$ حيث: $S_n=v_1+v_2+v_3+...+v_n$

واستنتج المجموع $S'_n$ حيث: $S'_n=u_1+u_2+u_3+...+u_n$

**دورة 2009 (الموضوع1)**

$(u_n)$ متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كمايلي:

$u_0=1$ و $u_1=2$ و $u_{n+2}=\frac{4}{3}u_{n+1}-\frac{1}{3}u_n$

المتتالية $(v_n)$ المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_{n+1}-u_n$ .

1) أحسب $v_0$ و $v_1$ .

2)برهن ان $(v_n)$متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

3 أ)احسب بدلالة $n$المجموع $S_n$حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1}$

ب)برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = \frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)+1$.

جـ) بيّن أن $(u_n)$ متقاربة.

**دورة2009 (الموضوع2)**

$(u_n)$متتالية هندسية متزايدة تماما حدّها الأول $u_1$

وأساسها q حيث: $\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 32 \\ u_1.u_2.u_3 = 216 \end{cases}$

1.أ)احسب $u_2$و الأساس q لهذه المتتالية واستنتج الحد الأول

ب) أكتب عبارة الحد العام $u_n$بدلالة n .

جـ) أحسب المجموع $S_n = u_1 + u_2 + ..... + u_n$ بدلالة n .

ثم عيّن العدد الطبيعي n بحيث يكون: $S_n = 728$.

2.$(v_n)$متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}^*$بـ: $v_1 = 2$و$v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n + u_n$

أ) أحسب $v_2$ و $v_3$.

ب)نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $w_n = \frac{v_n}{u_n} - \frac{2}{3}$

بين أن ان $(w_n)$متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

جـ) أكتب $w_n$ بدلالة n ثم استنتج $v_n$ بدلالة n.

**دورة2008 (الموضوع1)**

1) نعتبر الدالة f المعرفة على $I=[1,2]$بـ: $f(x) = \frac{x+2}{-x+4}$.

أ- بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على I.

ب-بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من I، $f(x)$ ينتمي إلى I

2)$(u_n)$متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n$ ينتمي إلى I.

ب-أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$، ثم استنتج أنها متقاربة.

3)أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = 1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1}$.

ب-عين النهاية $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$.

**دورة2008 (الموضوع2)**

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$المتتالية المعرفة بـ: $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2$و $u_0 = \frac{5}{2}$

1-أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم

$(\Delta)$ الذي معادلته $y = x$ والمنحنى $(d)$ الممثل للدالة f

المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$.

ب- باستعمال الرسم السابق ، مثل على محور الفواصل دون حساب الحدود $u_0$ ، $u_1$، $u_2$، $u_3$ و $u_4$ .

جـ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$وتقاربها.

2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_n \le 6$.

ب-تحقق أن $(u_n)$متزايدة ، هل $(u_n)$متقاربة ؟ برراجابتك.

3)نصع من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n = u_n - 6$

-اثبت أن $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول

ب- أكتب عبارة $u_n$ بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$

**بكالوريات شعبة تقني رياضي**

**دورة2013 (الموضوع1)**

$(u_n)$المتتالية العددية المعرّفة كمايلي:

$u_0 = e^2$و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n = \sqrt{\frac{u_{n-1}}{e}}$

$(v_n)$متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$كمايلي: $v_n = \frac{1}{2}\ln u_n + \frac{1}{2}$

1)بين أن ان $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ،ثم احسب وحدّها الأول

2) اكتب كلا من $v_n$ ،ثم استنتج عبارة $u_n$بدلالة n .

3) احسب بدلالة $n$المجموع $S_n$حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1}$

ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} S_n$

4)جد بدلالة n الجداء $P_n = u_0 \times u_1 \times .. \times u_n$ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} P_n$

**دورة2011 (الموضوع1)**

$(u_n)$متتالية معرّفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n = \frac{(n+1)^2}{n(n+2)}$

1-أثبت أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $u_n = 1 + \frac{1}{n(n+2)}$استنتج أن $u_n \succ 1$

2-أدرس اتجاه تغير $(u_n)$، بين أنها متقاربة،وأحسب نهايتها

3-ليكن الجداء $P_n = u_1 \times u_2 \times u_3 \times ... \times u_n$.

أثبت بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $P_n = \frac{2n+2}{n+2}$

4-$(v_n)$ المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n = \ln(u_n)$

عبّر بدلالة $P_n$ عن $S_n$حيث: $S_n = v_1 + v_2 + v_3 + ... + v_n$

ثم احسب نهاية $S_n$ لما n ينتهي إلى $+\infty$.

**دورة2008 (الموضوع1)**

I- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-2, +\infty[$ بـ:

$f(x) = \frac{x^2+5}{x+2}$ و $(C_f)$ منحنى f في المستوي المنسوب

إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$وحدة الاطوال2cm.

أ) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.
ب) ادرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها.
جـ)بين أن المستقيم (D): $y=x-2$ مقارب مائل لـ $(C_f)$.
ثم رسم المنحنى $(C_f)$ والمستقيم (D).
جـ) بين أنه إذا كان : $\left[1;\frac{5}{2}\right]$ محتواة في المجال $\left[1;\frac{5}{2}\right]$

II- نعتبر المتتالية العددية $(U_n)$ والمعرفة بـ: $U_0=1$ و $U_{n+1}=f(U_n)$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n
أ) باستخدام $(C_f)$ والمستقيم ذي المعادلة : $y=x$ مثل الحدود (دون حسابها): $U_0$ ، $U_1$،$U_2$ على حامل محور الفواصل
ب) خمن اتجاه وتقارب المتتالية $(U_n)$.
جـ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le U_n\le\frac{5}{2}$ وان المتتالية $(U_n)$ متزايدة.
استنتج ان $(U_n)$ متقاربة ، ثم احسب : $\lim_{n\to+\infty} U_n$

**دورة2008 (الموضوع1)**

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;2]$ كمايلي: $f(x)=\frac{2x+3}{x+2}$ و $(C)$ تمثيلها البياني .
1-أ- أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0;2]$.
ب-أنشئ $(C)$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة 4cm
جـبرهن أنه إذا كان $x\in[0;2]$ فإن $f(x)\in[0;2]$.
2-نعرف المتتالية العددية $(u_n)$ على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases}u_0=0\\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$
أ-برر وجود المتتالية $(u_n)$. احسب $u_1$ و $u_2$.
ب-مثل الحدود $u_0$، $u_1$ و $u_2$ على حامل محور الفواصل وذلك بالاستعانة بالمنحنى $(C)$ والمستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$
جـضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها .
3-أ-برهن بالتراجع أنه مهما يكن العدد طبيعي n $0\le u_n\le\sqrt{3}$
ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}\succ u_n$ .
ماذ تستنتج بالنسبة إلى المتتالية $(u_n)$؟.
جـ تحقق أن $(u_{n+1}-\sqrt{3})\le\frac{2-\sqrt{3}}{u_n+2}(u_n-\sqrt{3})$ من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$
عين عددا حقيقيا k من المجال $]0;1[$ بحيث:
$|u_{n+1}-\sqrt{3}|\le k|u_n-\sqrt{3}|$ ثم بين أنه من أجل $n\in\mathbb{N}^*$:
$|u_{n+1}-\sqrt{3}|\le k^n|u_n-\sqrt{3}|$ ثم استنتج $\lim_{x\to+\infty}u_n$

**بكالوريا ت شعبة الرياضيات**

**دورة2009 (الموضوع1)**

1)نعرف الدالة f على المجال $[1,5]$ بـ: $f(x)=\frac{1}{2}(x+\frac{5}{x})$
و $(C)$ هوالتمثيل البياني لها الوحدة على المحورين 3cm
أ)أدرس تغيرات الدالة f.
ب) إنشئ $(C)$ والمستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=x$ .
2)$(u_n)$ المتتالية المعرفة بـ: $u_{n+1}=\frac{1}{2}(u_n+\frac{5}{u_n})$ و $u_0=5$
أ)احسب $u_1$ و$u_2$ . ب)استعمل المنحنى $(C)$ والمستقيم $(\Delta)$ لتمثيل الحدود $u_0$، $u_1$ و $u_2$ على محور الفواصل.
3)أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n\succ\sqrt{5}$ .
ب-بيّن أن $(u_n)$ تناقصية تماما، ماذا تستنتج بالنسبة لتقاربها
4)أ-برهن أنه مهما يكن $n\in\mathbb{N}$ : $(u_{n+1}-\sqrt{5})\le\frac{1}{2}(u_n-\sqrt{5})$
ب-أستنتج أن $(u_n-\sqrt{5})\le\left(\frac{1}{2}\right)^n(u_n-\sqrt{5})$ ما هي $\lim_{n\to+\infty}u_n$

**دورة2008 (الموضوع1)**

لتكن f الدالة المعرفة على $[1;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=3+\sqrt{x-1}$ واليكن $(C_f)$ هوالتمثيل البياني لها.
1) أحسب $\lim_{x\underset{>}{\to}1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ وفسر النتيجة هندسيا.
- أدرس تغيرات الدالة f.
- باستعمال منحنى دالة " الجذر التربيعي"أنشئ $(C_f)$
-أرسم في نفس المعلم المستقيم (D) الذي معادلته: $y=x$
2)نعرّف $(u_n)$ متتالية على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$
أ)باستعمال (D) و$(C_f)$ مثل $u_0$، $u_1$ و $u_2$ على محور الفواصل
ب) ضع تخمينا حول أتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.
3)أ-برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$:
$2\le u_n\le5$ و $u_{n+1}\succ u_n$
ب-استنتج أن $(u_n)$ متقاربة . احسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$ .

**دورة2008 (الموضوع1)**

$(u_n)$ المتتالية المعرفة بـ: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1$ و $u_0=2$
1)أحسب $u_1$، $u_2$ و $u_3$ .
2)$(v_n)$ المتتالية المعرفة من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $v_n=u_n+\left(\frac{2}{3}\right)^n$
- برهن بالتراجع أن $(v_n)$ ثابتة،استنتج عبارة $u_n$ بدلالة n.
- أحسب $\lim_{x\to+\infty}u_n$ .
3)$(w_n)$ متتالية معرفة من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $w_n=\frac{2}{3}n-\left(\frac{2}{3}\right)^n$
أحسب المجموع S حيث: $S=w_0+w_1+w_2+....+w_n$ .

الأستاذ: بالعبيدي محمّد العربي larbibelabidi@gmail.com