III.توظيف الأعداد المركّبة في التحويلات النقطيّة:

✍. كتابة الصّيغ المركّبة للتحويلات النقطيّة:

1.الانسحاب:

☑الصيغة المركّبة للانسحاب ذي الشعاع $\vec{v}$ تكتب كما يلي : $\boxed{z' = z + z_{\vec{v}}}$ ؛ حيث يرمز $z_{\vec{v}}$ إلى لاحقة الشّعاع $\vec{v}$.

2.التحويلات ذوات المركز:

☑الصيغة المركّبة للتحاكي ذي المركز ω و النسبة k تكتب : $z' - z_{\omega} = k(z - z_{\omega})$ أي $\boxed{z' = kz + (1-k)z_{\omega}}$

☑الصيغة المركّبة للتناظر الذي مركزه ω تكتب : $z' - z_{\omega} = -(z - z_{\omega})$ أي $\boxed{z' = -z + 2z_{\omega}}$

☑الصيغة المركّبة للدوران ذي المركز ω و الزاوية θ تكتب : $z' - z_{\omega} = e^{i\theta}(z - z_{\omega})$ أي $\boxed{z' = e^{i\theta}z + (1-e^{i\theta})z_{\omega}}$

☑الصيغة المركّبة للتشابه المباشر ذي المركز ω و النسبة k و الزاوية θ تكتب : $z' - z_{\omega} = ke^{i\theta}(z - z_{\omega})$

أي $\boxed{z' = ke^{i\theta}z + (1-ke^{i\theta})z_{\omega}}$

☜ملاحظة 1: لاحظ أنّ الصّيَغ المركّبة للتحويلات ذوات المركز لها نفس الشكل و هو $z' - z_{\omega} = \alpha(z - z_{\omega})$ أي $\boxed{z' = \alpha z + (1-\alpha)z_{\omega}}$

و **إنّما تختلف فيما بينها حسب** α.

☜ملاحظة 2: إذا كان **مركز التحويل هو** O (أي **مبدأ المعلم**) فإنّ الصيغة المركبة تأخذ شكلا أبسط و هو $\boxed{z' = \alpha z}$.

✍. التّعرّف على طبيعة تحويل مع عناصره المميّزة:

f تحويل نقطي من المستوي في نفسه يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = \alpha z + \beta$ ؛ $\alpha \neq 0$ و $\beta \in \mathbb{C}$.

1.$\boxed{\text{إذا كان } \alpha = 1}$ فإنّ f انسحاب لاحقة شعاعه β.

2.$\boxed{\text{إذا كان } \alpha = -1}$ فإنّ f تناظر مركزي لاحقة مركزه $\frac{\beta}{2}$.

3.$\boxed{\text{إذا كان } \alpha \in \mathbb{R}^* - \{1\}}$ فإنّ f تحاك نسبته α و لاحقة مركزه $z_{\omega} = \frac{\beta}{1-\alpha}$.

4.$\boxed{\text{إذا كان } \alpha \notin \mathbb{R} \text{ و } |\alpha| = 1}$ فإنّ f دوران زاويته $\arg\alpha$ و لاحقة مركزه $z_{\omega} = \frac{\beta}{1-\alpha}$.

5.$\boxed{\text{إذا كان } \alpha \notin \mathbb{R} \text{ و } |\alpha| \neq 1}$ فإنّ f تشابه مباشر نسبته $|\alpha|$ و زاويته $\arg\alpha$ و لاحقة مركزه $z_{\omega} = \frac{\beta}{1-\alpha}$.

✍. تعيين تحويل يحوّل نقطتيْن:

A ، B ، A' ، B' أربع نقط متمايزة من المستوي. لتعيين التحاكي أو الدوران أو التشابه المباشر الذي يحوّل A إلى A' و يحوّل B إلى B'.

نحلّ جملة المعادلتيْن التّاليتيْن : $\begin{cases} z_{A'} = \alpha z_A + \beta \\ z_{B'} = \alpha z_B + \beta \end{cases}$

فنجد α كما يلي $\boxed{\alpha = \frac{z_{B'} - z_{A'}}{z_B - z_A}}$ ، ثمّ نحسب β و ذلك بتعويض α بما يساويها في إحدى المعادلتيْن السّابقتيْن.

بعْد الحصول على α **و** β ، نعيّن العناصر المميّزة كما في الفقرة السّابقة.

✍.تعيين العناصر المميّزة لتحويل عُلم مركزه و يحوّل نقطة:

A و A' نقطتان متمايزتان من المستوي.

لتعيين نسبة التحاكي أو زاوية الدوران أو نسبة و زاوية التشابه المباشر الذي مركزه ω و يحوّل A إلى A'، نحسب α كما يلي $\boxed{\alpha = \frac{z_{A'} - z_{\omega}}{z_A - z_{\omega}}}$ و من ثـَمّ نعيّن العناصر المميّزة.

✍.الاستنتاج من علاقة أنّ نقطة هي صورة أخرى بتحويل:

ω ، A ، B ثلاث نقط متمايزة من المستوي.

إذا كان $\alpha = \frac{z_B - z_{\omega}}{z_A - z_{\omega}}$ ، فلدينا $z_B - z_{\omega} = \alpha(z_A - z_{\omega})$

وهذا يعني أنّ B هي صورة A بالتحويل الذي مركزه ω .

(تُعرَف طبيعة التحويل وعناصره المميّزة الأخرى من α).

✍. تركيب التحويلات:

1.مركّب انسحابات: مركّب عدّة انسحابات هو **انسحاب** شعاعه **مجموع أشعّتها**.

2.مركّب تحاكيات لها نفس المركز: مركّب عدّة تحاكيات لها نفس المركز هو **تحاك** له **نفس المركز** و نسبته **جداء النّسب**.

3.مركّب دورانات لها نفس المركز: مركّب دورانات لها نفس المركز هو **دوران** له **نفس المركز** و زاويته **مجموع الزّوايا**.

4.مركّب تشابهات مباشرة لها نفس المركز: مركّب تشابهات مباشرة لها نفس المركز هو **تشبه مباشر** له **نفس المركز** و نسبته **جداء النّسب** و زاويته **مجموع الزّوايا**.

5. مركّب تحويلات مختلفة المراكز أو من طبائع مختلفة:
إذا اختلفت مراكز التحويلات أو كانت من طبائع مختلفة ، فللتّعرّف على طبيعة مركّبها نستعمل صيغها المركّبة و نتبع نفس الطريقة التي نستخدمها في تركيب الدوال العدديّة.

✍. صورة شكل هندسي بتحويل:

فيما يلي ، ترمز x و y إلى إحداثيّيْ نقطة M و ترمز x' و y' إلى إحداثيّيْ النقطة M' صورة M بتحويل ما.

لتعيين صورة شكل هندسي بهذا التحويل نتبع المراحل التّالية

1) نعيّن العبارة التّحليليّة لهذا التحويل.

2) نحسب x و y بدلالة x' و y'.

3) نعوّض x و y بدلالة x' و y' في معادلة الشكل الهندسي، فنحصل على معادلة لصورة هذا الشكل.