الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **ثانوية محمد الصديق بن يحي ـ بلّاعة ـ سطيف ـ**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — **دورة: ماي** 2014

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة:** 04 **سا و** 30 **د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 **نقاط**)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(3;-2;2)$، $B(6;1;5)$، $C(6;-2;-1)$.

1) بيّن أنّ المثلث ABC قائم في A، ثمّ أحسب مساحته.

2) نعتبر المستوي (P) ذو معادلة ديكارتية $x+y+z-3=0$. بيّن أنّ المستوي (P) يشمل النقطة A وعمودي على المستقيم (AB).

3) نعتبر المستوي (Q) الذي يشمل النقطة C ويعامد المستقيم (AC) . عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (Q).

4) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)، مستقيم تقاطع المستويين (P)، (Q).

5) نعتبر النقطة $D(0;4;-1)$.

أ) بيّن أنّ المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).

ب) أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثاني: (05 **نقاط**)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1) P ، N ، M ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب z_P ، z_N ، z_M .

ـ برهن أنّه: P تنتمي إلى محور القطعة $[MN]$ إذا وفقط إذا كان $|z_P-z_M|=|z_P-z_N|$.

2) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2-2z+4=0$.

ب) استنتج حلول المعادلة $(-i\overline{z}+i+1)^2-2(-i\overline{z}+i+1)+4=0$.

3) A ، B ، C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z_B}$.

أ) أكتب كلّا من z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي.

ب) برهن أنّ $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ثمّ استنتج طبيعة التحويل الذي يحول B إلى C وطبيعة المثلث ABC .

4) (E) مجموعة النقط M من المستوي، ذات اللاحقة z حيث: $\left|\dfrac{z-1-i\sqrt{3}}{z-2}\right|=1$.

ـ عيّن المجموعة (E) . هل النقطة O تنتمي إلى (E) .

التمرين الثالث: (03.5 نقطة)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 7^n على 5 ، ثمّ استنتج باقي قسمة $(1997)^{2014}$ على 5 .

2) أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $2007^{8n+2} - 1427^{4n+2}$ يقبل القسمة على 5 .

3) أحسب بدلالة n المجموع S حيث $S = \dfrac{1}{\ln 2}\left(\ln 4 + \ln 4^2 + \ldots + \ln 4^n\right)$.

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث $S + 4n^2 + 7^{4n} \equiv 3[5]$.

التمرين الرابع: (07.5 نقطة)

I ـ الدّالة g معرّفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = e^x + x + 2$.

1) أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) أدرس تغيرات الدالة g.

3) أثبت أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلّا وحيدا α على $\mathbb{R}$، ثمّ تحقق أنّ $-2,2 \leq \alpha \leq -2,1$.

4) حدّد، حسب قيم x، إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II ـ الدّالة f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{1 - xe^x}{e^x + 1}$. (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا.

ب) أثبت أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \dfrac{e^{-x} - x}{e^{-x} + 1}$ ثمّ استنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) أ) أثبت أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = -\dfrac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) أثبت أنّ المستقيم $(\Delta) : y = -x$ مستقيم مقارب لـ (C_f) في جوار $+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

4) أثبت أنّ $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$ ثمّ استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

5) أثبت أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلّا وحيدا $0.5 \leq \beta \leq 0.6$.

6) أرسم (Δ) و (C_f) .

7) ناقش حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة $(x + m)e^x + m - 1 = 0$.

III ـ الدّالة h معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x) = f(2x)$.

1) أحسب نهايات الدالة h عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) أدرس اتجاه تغيّر الدالة h دون كتابة عبارتها بدلالة x.

3) شكّل جدول تغيّرات الدالة h.

الموضوع الثاني:

التمرين الأوّل: (04.5 **نقطة**)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)$. نعتبر النقط: $A(2;4;1)$، $B(0;4;-3)$، $C(3;1;-3)$، $D(1;0;-2)$، $E(3;2;-1)$، $I\left(\frac{3}{5};4;-\frac{9}{5}\right)$.

أذكر إن كانت صحيحة أم خاطئة كلّا من العبارات التالية مع التعليل.

1) معادلة المستوي (ABC) هي: $2x+2y-z-11=0$.

2) النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) .

3) المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان.

4) التمثيل الوسيطي للمستقيم (CD) هو: $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 1-t \end{cases} ;t\in\mathbb{R}$.

5) المستقيم (AB) يشمل النقطة I .

6) المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC) هي $\frac{7}{3}$.

التمرين الثاني: (04.5 **نقطة**)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v}\right)$. نعتبر النقط A ، B ، C التي لواحقها على الترتيب $z_A=1$ ، $z_B=-2+i\sqrt{3}$ ، $z_C=-2-i\sqrt{3}$.

1) أثبت أنّ النقط A ، B ، C ليست في استقامية.

2) أ) أحسب $\frac{|z_B-z_A|}{|z_C-z_A|}$ و $\arg\left(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right)$ ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) عيّن z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

3) لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث $z=z_G+2e^{i\theta}$.

ـ بيّن أنّه عندما θ تمسح $\mathbb{R}$ فإنّ (E) هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

4) أ) أوجد الكتابة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحوّل G إلى C ، ثمّ حدّد عناصره المميزة.

ب) عيّن لاحقة النقطة B' صورة B بالتحويل S .

جـ) أثبت أنّ المثلثين AGB و ACB' متشابهين.

التمرين الثالث: (03.5 **نقطة**)

x و y عددان صحيحان. نعتبر المعادلتين ذات المجهول $(x;y)$ التاليتين:

$$2905x+2490y=32785\cdots(1)$$

$$7x+6y=79\cdots(2)$$

1) أ) أحسب $PGCD(2905;2490;32785)$.

ب) استنتج أنّ المعادلتين (1) و (2) متكافئتان.

2) أ) عيّن $(x_0; y_0)$ ، حل المعادلة (2) الذي يحقق: $x_0 + y_0 = 0$.
ب) استنتج حلول المعادلة (2) .
3) اشترت شركة (الجزائرية للمياه) لمدينتنا ملابس لعمالها.
فإذا علمت أنّ ثمن بذلة العامل هو: 2905 د.ج وثمن بذلة العاملة هو: 2490 د.ج وأنّ مقتصد الشركة دفع 32785 د.ج ثمن الملابس.
ـ ماهو عدد العاملين والعاملات الذين استفادوا من هذه العملية.

التمرين الرابع: (07.5 **نقطة**)

I . g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = -1 + x + 2\ln x$.
1) أدرس اتجاه تغيّر الدالة g.
2) أحسب $g(1)$ ثمّ عيّن إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.
3) استنتج أنّه إذا كان $0 < x < 1$ فإنّ $g\left(\frac{1}{x}\right) > 0$ وإذا كان $x > 1$ فإنّ $g\left(\frac{1}{x}\right) < 0$.

II . f دالة معرّفة على $[0; +\infty[$ بـ
$$\begin{cases} f(x) &= x - x^2 \ln x \qquad ; x > 0 \\ f(0) &= 0 \end{cases}$$
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.
(وحدة الطول $2cm$)
1) أ) أثبت استمرارية الدالة f على $[0; +\infty[$.
ب) أثبت أنّ $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا.
جـ) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
2) أ) أحسب $f'(x)$ وتحقق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي موجب تماما x : $f'(x) = xg\left(\frac{1}{x}\right)$.
ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.
3) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلّا وحيدا α حيث $\frac{7}{4} < \alpha < 2$.
4) أ) أكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
5) أنشىء (C_f) و (Δ) .

III . نعتبر المتتالية (U_n) المعرّفة بـ $U_0 \in]0; 1[$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_n = f(U_n)$.
أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $0 < U_n \leq 1$.
ب) بيّن أنّ المتتالية (U_n) متزايدة.
جـ) استنتج أنّ المتتالية (U_n) متقاربة وعيّن نهايتها.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

أستاذ المادة: ريحان صلاح الدين.