الواجب المنزلي الأوّل في مادة الرياضيّات

المستوى: 3 تقني رياضي سلّم يوم: 2013/10/31 يرجع يوم: 2013/11/06

التمرين الأوّل:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ و $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/ أ). أثبت أنّ الدالة f فردية.

ب). أثبت أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

ج). أدرس تغيرات الدالة f.

2/ أ). أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0.

3/ ب). أدرس وضعية $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة إلى (T) وإستنتج أنّ $(\mathscr{C}_f)$ يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها.

ج). بيّن أنّ المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ في جوار $+\infty$، ثمّ إستنتج معادلة (D') المستقيم المقارب الآخر.

د). أرسم (D) و (D') و $(\mathscr{C}_f)$ في المعلم السابق.

3/ g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=|x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

أ). بيّن أنّ الدالة g زوجية.

ب). إنطلاقا من من $(\mathscr{C}_f)$ أرسم $(\mathscr{C}_g)$.

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي $f(x)=x-\frac{1}{e^x-1}$. نرمز بـ $(\mathscr{C}_f)$ لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ أ). أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب). أحسب $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة.

ج). أدرس تغيّرات الدالة f على كلّ المجال من مجالي تعريفها ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2/ أ). بيّن أنّ المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+1$.

ب). أدرس وضعية $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة إلى كلّ من (Δ) و (Δ').

5/ أ). هل توجد مماسات لـ $(\mathscr{C}_f)$ توازي المستقيم (Δ)

ب). بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-1,4<\beta<-1,3$.

ج). أرسم (Δ) و (Δ') ثمّ المنحنى $(\mathscr{C}_f)$.

د). ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $(m-1)e^{-x}=m$.