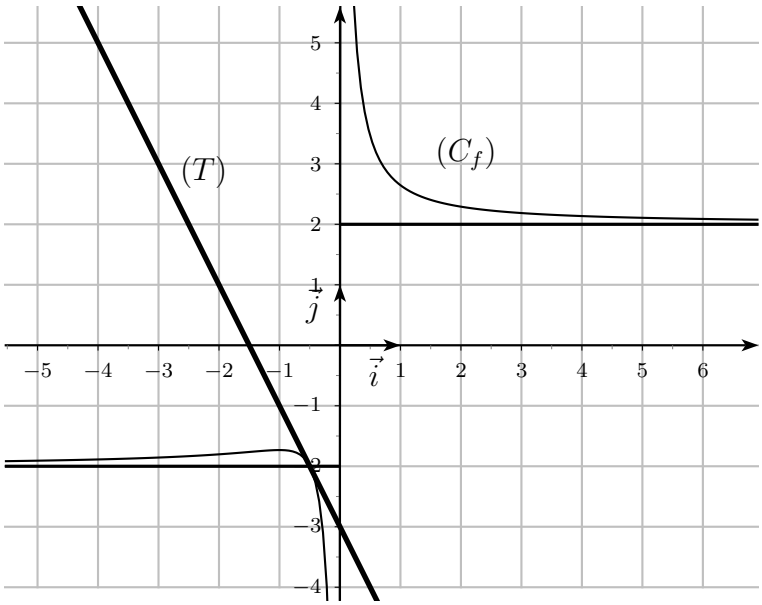
الفرض الأوّل للثلاثي الأوّل في مادة الرياضيّات

المستوى: 3 تقني رياضي | أجري يوم: 2013/10/23 | المدة: 1 سا

التمرين الأوّل:

في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ :

$$f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+2x+1}}{x}$$



(T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(-\frac{1}{2};-2)$.

I). بقراءة بيانية:

1/ عيّن نهاية f عند كلّ من $-\infty$ ، 0 ، $+\infty$.
فسّر النتائج بيانيا.

2/ عيّن $f'(-\frac{1}{2})$ ، ثمّ أكتب معادلة المماس (T).

II). 1/ بيّن أنّ من أجل كلّ عدد حقيقي موجب تماما x :

$$4x^2 \leq 4x^2+2x+1 \leq (2x+1)^2$$

2/ استنتج أنّ من أجل كلّ عدد حقيقي موجب تماما x : $\quad 2 \leq f(x) \leq \frac{2x+1}{x}$

3/ استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين الثاني:

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ $g(x)=\frac{x^3+x^2-x+3}{(x+1)^2}$ وليكن $(\mathscr{C}_g)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ تحقق أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $\quad g(x)=x-1+\frac{4}{(x+1)^2}$ ..... (1)

2/ أحسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها وفسّر النتائج المحصل عليها بيانيا.

3/ أثبت أنّ $(\mathscr{C}_g)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته.

4/ أدرس وضعية (Δ) بالنسبة إلى $(\mathscr{C}_g)$.

5/ برهن أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $\quad g'(x)=\frac{(x-1)(x^2+4x+7)}{(x+1)^3}$. (ينصح باستعمال الصيغة (1) للدالة g)

6/ أدرس تغيّرات الدالة g وشكّل جدول تغيّراتها.

7/ برهن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا في المجال $[-\frac{5}{2};-2]$ ثمّ أرسم $(\mathscr{C}_g)$.

الأستاذ: ريحان صلاح الدين | بالتوفيق