تمرين الفيزياء (10 نقاط) :

نحقق الدارة الكهربائية المكونة من :

- مولد قوته المحركة الكهربائية E - ناقل أومي مقاومته - $R=90\Omega$ وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية r

I— الجزء الأول : - عند t = 0 نغلق القاطعة K

1- برهن أن المعادلة التفاضلية عند غلق القاطعة بدلالة شدة التيار i(t) هي : $\frac{di(t)}{dt}+\left(\frac{r+R}{L}\right)i=\frac{E}{L}$ بطريقتين مختلفتين .

2- برهن أن المعادلة التفاضلية عند غلق القاطعة بدلالة شدة التوتر U_R هي : $\frac{dU_R(t)}{dt}+\left(\frac{r+R}{L}\right)U_R=\frac{RE}{L}$ بثلاث طرق مختلفة.

3- برهن أن المعادلة التفاضلية عندغلق القاطعة بدلالة شدة التوتر U_L هي : $\frac{dU_L(t)}{dt}+\left(\frac{r+R}{L}\right)U_L=\frac{rE}{L}$ بثلاث طرق مختلفة.

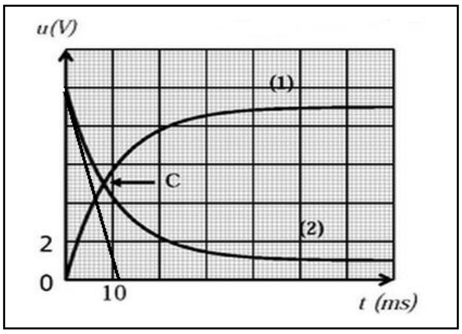
4- برهن أن عبارة $U_L(t)$ تعطى بالعلاقة $U_L(t)=\delta(\alpha+\beta e^{-\lambda t})$ مع العلم أن $\lambda\cdot\delta\cdot\beta\cdot\alpha$ ثوابت يطلب تعيينها .

5- برهن أن عبارة التوتر بين طرفي المقاومة $U_R(t)$ تعطى بالعلاقة $U_R(t)=\beta\delta(1-e^{-\lambda t})$

6- برهن أن عبارة i(t) تعطى بالعلاقة $i(t)=\delta(1-e^{-\lambda t})$ وذلك بطريقتين مختلفتين بدلالة $\lambda\cdot\delta\cdot\beta\cdot\alpha$

7- أكتب عبارة $U_R(t)$. $U_L(t)$. i(t) بدلالة $L.r.R.E$

II— الجزء الثاني :



1- وضح كيف يوصل جهاز راسم الإهتزاز المهبطي للحصول على البيانين (1).(2)

أ- إستنتج كلا E . و I_0 ثم جد قيمة r بطريقتين مختلفتين .

2- أ- برهن أن فاصلة ω نقطة تقاطع المماس عند المبدأ مع محور الأزمنة تعطى بالعلاقة, $t_\omega=\frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{\alpha}{\beta}\right)$ ثم استنتج قيمة τ .

ب- أوجد قيمة L ذاتية الوشيعة بطريقتين مختلفتين .

3- نعرف t_C على أنه الزمن اللازم لتناقص التوتر U_L أثناء مرور التيار بين طرفي الوشيعة إلى النصف من قيمة توترالمولد E

أ- برهن أن $t_C=\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{2\beta}{\beta-\alpha}\right)$ بثلاث طرق مختلفة .

4- نعرف $t_{\frac{1}{2}}$ على أنه الزمن اللازم لبلوغ شدة التيار المار في الدارة أثناء غلق القاطعة نصف قيمتها الأعظمية I_0

أ- برهن أن $U_L(t_{\frac{1}{2}})=\frac{(\beta+2\alpha)\delta}{2}$ بطريقتين مختلفتين .

ب- برهن أن $t_{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\lambda}\ln 2$ بثلاث طرق مختلفة . ثم حدد قيمته بثلاث طرق مختلفة يطلب الشرح ...

ج- برهن أن $t_{\frac{1}{2}}-t_C=\frac{1}{\lambda}\ln(2-\lambda t_\omega)$ ثم **د-** برهن أنه توجد حالة وحيدة يتحقق فيها $t_{\frac{1}{2}}=t_C$ وماذا تستنتج حينها.

III– **الجزء الثالث :** أثناء مرور التيار بين طرفي الوشيعة تقوم بتخزين طاقة يرمز لها بالرمز E_L .

1 - على أي شكل تخزن طاقة الوشيعة ؟ **2-** أكتب عبارة الطاقة المخزنة بالوشيعة بدلالة كل من : $I_0.r.R.E$

3- برهن أن المعادلة التفاضلية لمرورالتيار بدلالة الطاقة تعطى من الشكل $\frac{dE_L(t)}{dt}+MPE_L=AH$:

حيث يطلب تعيين عبارات كل من P; M ; H; A ;

4- برهن أن العبارة المستخرجة في السؤال **III- 2-** هي حل للمعادلة التفاضلية المعطاة في السؤال **III-** 3-

5- برهن $E_L(t_{\frac{1}{2}})=\frac{E_0}{4}$ حيث $t_{\frac{1}{2}}$ هو المعطى في السؤال **II- 4-** و E_0 هي الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة .

6- برهن أن $E_L(n\,t_{\frac{1}{2}})=\frac{E_0}{4^n}(2^n-1)^2$. ثم تحقق من نتيجة السؤال **III-** 5-

تمرين الرياضيات (10نقاط)

I– الجزء الأول :

$$\begin{cases} g(x)=\left(1+\dfrac{1}{|x|}\right)e^{-\frac{1}{|x|}} & x\neq 0 \\ g(0)=0 \end{cases}$$

نعتبر الدالة g المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية R كمايلي :

برهن أن الدالة g مستمرة عند $X_0=0$

1- برهن أن $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{g(x)}{x}=0$ بطريقتين مختلفتين .

2- برهن أن $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{g(x)}{x}=0$ بطريقتين مختلفتين .

3- ماذا تستنتج بالنسبة لمنحنى الدالة g .

4- أكتب معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة $X_0=0$

5- أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها ثم أرسم بيان الدالة g .

6- إستنتج إشارة g على R .

II– الجزء الثاني :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{e^x-x-1}{x} & x\prec 0 \\ f(x)=\dfrac{x-\ln(x+1)}{x} & x\succ 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

نعتبر الدالة f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية R كمايلي :

7- برهن أن الدالة f مستمرة عند $X_0=0$

8- برهن أن $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{1}{2}$ بطريقتين مختلفتين .

9- برهن أن $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{1}{2}$ بطريقتين مختلفتين .

10- ماذا تستنتج بالنسبة لمنحنى الدالة f .

11- أكتب معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة $X_0=0$

III– الجزء الثالث :

11- أحسب مشتقة الدالة f وبسط عبارتها .

12- أحسب نهايات الدالة f عند حدد مجموعة تعريفها

13- أدرس إتجاه تغير الدالة f .

14- تشكيل جدول تغيراتها .

12- أرسم بيان الدالة f .

13- نعتبر $f'(0)=\dfrac{1}{2}$

أ- برهن أن الدالة f' قابلة للإستمرار عند $X_0=0$

ب- برهن أن $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{f'(x)}{x}=\dfrac{1}{3}$ بطريقتين مختلفتين .

ج- برهن أن $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{f'(x)}{x}=\dfrac{1}{3}$ بطريقتين مختلفتين .

ماذا تستنتج بالنسبة لبيان الدالة f'

ملاحظة : (تستثنى نظرية Hôpital) من الطريقتين في جميع برهان نهايات التمرين .

تم بحمد الله وفضله الإنتهاء الكلي من الموضوع في 2014/01/15 .على الساعة 02.25 صباحا

أخضري حسان