سلسلة (خاصة): تمارين البكالوريا في: القسمة والموافقات في $\mathbb{Z}$+الأعداد الأولية س د 2014/13

الشعب :رياضيات+تقني رياضي **إعداد الأستاذ: بالعبيدي م العربي**

بكالوريات شعبة تقني رياضي

دورة2013 (الموضوع2)

x و y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $11x+7y=1$.

1) أ- عيّن $(x_0;y_0)$ ، حلول المعادلة (E) الذي يحقق: $x_0+y_0=-1$. ب- استنتج حلول المعادلة (E).

2) a وb عددان طبيعيان و S العدد الذي يحقق: $\begin{cases} S=11a+1 \\ S=7b+2 \end{cases}$

أ) بيّن أن $(a;-b)$ حل للمعادلة (E).

ب) ماهو باقي القسمة الأقليدية للعدد S على 77

دورة2012 (الموضوع1)

1-أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي قسمة 9^n على 11

2-ماهو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11 ؟

3-برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد : $4\times 9^{15n+1}+4\times 2011^{10n}+2011^{2012}$ يقبل القسمة على 11

4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد: $2011^{2012}+2n+2$ يقبل القسمة على 11

دورة2012 (الموضوع2)

نسمي (S) الجملة التالية : $\begin{cases} x\equiv 3[15] \\ x\equiv 6[7] \end{cases}$ حيث x عدد صحيح

1- بيّن أن العدد 153 حل للجملة (S).

2- إذا كان x_0 حلا لـ (S) ، بين أن:

(x حلا لـ (S)) يكافئ $\left(\begin{cases} x-x_0\equiv 0[5] \\ x-x_0\equiv 0[7] \end{cases}\right)$

3- حل الجملة (S).

4- يريد مكتبي وضع عدد من الكتب في علب ، فإذا استعمل علبا تتسع لـ 15 كتابا بقي لديه 3 كتب و إذا استعمل علبا تتسع لـ 7 كتب بقي لديه 6 كتب.

إذا علمت أنّ عدد الكتب التي بحوزته محصورة بين 500 و600 كتابا ، ماعدد هذه الكتب ؟.

دورة2011 (الموضوع2)

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n=2^n+3^n+4^n+5^n+6^n$

1-تحقق أن : $3\equiv -4[7]$ ثم بيّن أن : $A_3\equiv 6[7]$

2-أدرس،حسب قيم العدد الطبيعي n،بواقي قسمة 2^n و 3^n على 7

3- بيّن أنه إذا كان n فرديا فإن: A_n+1 يقبل القسمة على 7.

واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على7.

4-ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد د A_{1432} على7.

دورة2010 (الموضوع1)

نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في نظام العد ذي الأساس 7 كمايلي: $n=\overline{11\alpha 00}$ حيث α عدد طبيعي .

1- عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3 .

2- عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5.

استنتج العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 15.

3- نأخذ : $\alpha=4$ أكتب العدد n في النظام العشري.

دورة2010 (الموضوع2)

1-عين، حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي قسمة 10^n على13

2- تحقق أن : $(10^{2008})^2+10^{2008}+1\equiv 0[13]$.

3-عين قيم العدد الطبيعي n بحيث : $10^{2n}+10^n+1\equiv 0[13]$

دورة2009 (الموضوع1)

1- حل المعادلة التفاضلية : $y'=(\ln 2)y$.

2-نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق :$f(0)=1$ عين عبارة $f(x)$.

3- n عدد طبيعي .

أ) أدرس بواقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $f(2009)-4$.

4-أ)أحسب بدلالة n ،المجموع $S_n=f(0)+f(1)+...f(n)$

ب)عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها S_n يقبل القسمة على 7

دورة2008 (الموضوع1)

n عدد طبيعي أكبر من 5 .

1- a وb عددان طبيعيان حيث: $a=n-2$ و $b=2n+3$

أ-ماهي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b

ب-بين أن العددين a وb من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $n+5$ ضاعفا للعدد 7.

جـ-عين قيم n التي من أجلها $PGCD(a;b)=7$.

2-نعتبر العددين الطبيعيين p و q حيث :

$p=2n^2-7n-15$ و $q=n^2-7n+10$

أ- بيّن أن كل من العددين p و q يقبل القسمة على $n-5$

ب-عين تبعا لقيم n وبدلالة n ، $PGCD(p;q)$

بكالوريا ت شعبة الرياضيات

دورة2013 (الموضوع1)

1. n عدد طبيعي .نعتبر العددين الصحيحين α و βحيث:

$$\beta = n+3 \quad \text{و} \quad \alpha = 2n^3 - 14n + 2$$

أ-بيّن أن : $PGCD(\alpha;\beta) = PGCD(\beta;10)$

ب-ما هي القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha;\beta)$.

جـ-عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون :

$$PGCD(\alpha;\beta) = 5$$

2.أ- ادرس، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 11

ب-عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي nالتي تحقق الجملة التالية

$$\begin{cases} 4^{5n} + 4^n + n \equiv 0[11] \\ n \equiv 2[10] \end{cases}$$

دورة2013 (الموضوع2)

1.أ-عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $2n + 27 \equiv 0[n+1]$

ب- عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية ، حيث :

$$(b-a)(a+b) = 24$$

جـ- أستنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$.

2. α و β عددان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الاساس خمسة على الشكل $\alpha = \overline{10141}$ و $\beta = \overline{3403}$.

أ- اكتب العددين α و β فب النظام العشري.

ب-عيّن الثنائية $(a;b)$ من $\mathbb{N}^2$ حيث: $\begin{cases} b^2 - a^2 = 24 \\ \alpha a - \beta b = 9 \end{cases}$

3.أ-القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و1434 ثم استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و 478

ب- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية :

$$2013x - 1434y = 27$$

دورة2012 (الموضوع1)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية :

$$2011x - 1432y = 31....(1)$$

1- أ-بيّن أن العدد 2011 أولي .

ب- باستعمال خوارزمية إقليدس ،عين حلا خاصا $(x_0;y_0)$ للمعادلة (1) ، ثم حل المعادلة (1).

2-أ-عيّن تبعا لقيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على7 ، ثم جد باقي القسمة الأقليدية للعدد $2011^{1432^{2012}}$ على 7.

ب-عيّن قيم العدد الطبيعيn والتي من أجلها يكون $2010^n + 2011^n + 1432^n \equiv 0[7]$.

3-N عدد طبيعي يكتب $\overline{2\gamma\alpha\beta}$ في نظام التعداد الذي أساسه 9 حيث : α ، β و γ بهذا الترتيب تشكل حدودا لمتتالية حسابية متزايدة تماما و $(\beta;\gamma)$ حل للمعادلة (1).

عيّن α ، β و γ ثم أكتبN في النظام العشري.

دورة2011 (الموضوع1)

1)نعتبر المعادلة : $13x - 7y = -1...(E)$

حيثx و y عددان صحيحان . حل المعادلة (E) .

2)عيّن الأعداد الصحيحة النسبية a بحيث: $\begin{cases} a \equiv -1[7] \\ a \equiv 0[13] \end{cases}$

3) أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي قسمة 9^n على كلا من 7 و 13

4)ليكن العدد الطبيعي bالمكتوب في نظام التعداد ذي الأساس 9 كمايلي: $\overline{\alpha 00\beta 086}$ حيث αو β عددان طبيعيان و $\alpha \neq 0$

عيّن αو β حتى يكون b قابلا القسمة على 91.

دورة2010 (الموضوع1)

1-برهن أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$،العدد$3^{3n} - 1$يقبل القسمة على 13

2- أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعيn ، يقبل كل من العددين$3^{3n+1} - 3$ و $3^{3n+2} - 9$ القسمة على 13.

3-عيّن ، حسب قيمn ، باقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على13

واستنتج باقي قسمة 2005^{2010} على 13.

4- نضع من أجل كل عدد طبيعيp : $A_p = 3^p + 3^{2p} + 3^{3p}$

أ-من أجل $p = 3n$،عيّن باقي القسمة الاقليدية للعدد A_p على13

ب-برهن أنه من أجل $p = 3n+1$،فإن A_p يقبل القسمة على13

جـ-عيّن باقي القسمة الإقليدية لـ A_p على13من أجل $p = 3n+2$

5- يكتب العددان a وb في نظام العد ذي الاساس 3 كمايلي:

$a = \overline{1001001000}$ و $b = \overline{1000100010000}$

أ-تحقق أن a و b يكتبان على الشكل A_p في النظام العشري

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من a و b على 13.

دورة2010 (الموضوع2)

1- نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $7x+65y=2009....(1)$.

أ-بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (1) فإن y مضاعف للعدد 7.

ب- حل المعادلة (1).

2- أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9 .

3-عيّن قيم العدد الطبيعي n ، بحيث يقبل العدد $2^{6n}+3n+2$ القسمة على 9.

4-نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=2^{6n}-1$.

أ)تحقق أن u_n يقبل القسمة على 9.

ب)حل المعادلة : $(7u_1)x+(u_2)y=126567....(2)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عددان صحيحان.

جـ) عيّن الثنائية $(x_0;y_0)$ حل المعادلة (2) حيث x_0 و y_0 عددان صحيحان و $y_0\geq 25$.

دورة2009 (الموضوع1)

x عدد طبيعي أكبر تماما من 1و y عدد طبيعي .A عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الاساس x بالشكل: $A=\overline{5566}$

1-أ- أنشر العبارة $(x+1)(5x^2+6)$ ثم أوجد علاقة تربط بين x و y إذ علمت أن: $A=(5x^2+6)(2+2y)$.

ب- أحسب x و y إذا علمت أن x أولي و أصغر من 12،ثم أكتب تبعا لذلك العدد A في نظام التعداد العشري.

2-أ- عين الاعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم العدد 584.

ب- عين الأعداد الطبيعية a و b حيث $a\succ b$ التي تحقق:

$$\begin{cases} a+b=32 \\ a^2+b^2=584 \end{cases}$$

دورة2009 (الموضوع2)

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث:

$$3x-21y=78....(E)$$

1-أ)بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب) أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعالدلة (E) فإن $x\equiv 5[7]$. استنتج حلول المعادلة (E).

2-أ- أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

ب-عيّن الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعالدلة (E) وتحقق $5^x+5^y\equiv 3[7]$

بكالوريات شعبتي الرياضيات و العلوم دقيقة (نظام قديم)

دورة1997 (علوم دقيقة)

1)جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد: 2490، 32785 و 2905

2) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $7x+6y=79$ (لاحظ 79=7+72)

3)اشترى نادي كرة يد ملابس رياضية للاعبيه ، إذا علمنا أن ثمن بذلة اللاعب هو 2905 دج وثمن بذلة اللاعبة هو 2490 دج وعلمنا ان النادي دفع في المجموع 32785 دج ما هو عدد اللاعبين واللاعبات؟.

$x+7y=1995$ و $PGCD(x;y)=19$

دورة1996 (علوم دقيقة)

a ،b و c أعداد طبيعية حيث : $1\leq a\leq b\leq c$.

عيّن a ،b و c والجداء abc علما أنّ في النظام ذي الأساس a يكون $b+c=\overline{46}$ و $bc=\overline{555}$.

دورة1997 (علوم دقيقة)

1)عين القاسم المشترك الأكبر للإداد 1996 ، 1497و 2994

2) لتكن المعادلة $1996x-1497y=3994....(1)$ حيث x و y عددان صحيحان.

-أثبت أن x مضاعف للعدد 3 و y مضاعف للعدد 2 ،ثم عين حلول المعادلة (1).

-عين الحلول $(x;y)$ للمادلة (1)بحيث يكون: $x.y=1950$

دورة1992 (علوم دقيقة)

1)أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 1885 و 580

2) α عدد صحيح .نعتبرالمعادلة $1885x-580y=\alpha..(1)$

- أوجد الشرط اللازم والكافي الذي يحققه α حتى تقبل المعادلة (1) حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

3) نفرض فيمايلي أن : $\alpha=1305$

- حل المعادلة (1).

-أوجد الحلول $(x;y)$ بحيث يكون x قاسما للعددy.

دورة1992 (علوم دقيقة)

1)حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $18x+4y=84$.

ماهي الحلول $(x;y)$ لهذه المعادلة التي تحقق $x.y\succ 0$

2) n عدد طبيعي يكتب $\overline{30\alpha\beta\gamma}$ في النظام ذي الاساس 5 ويكتب $\overline{55\alpha\beta}$ في النظام ذي الاساس 7.

عيّن الاعداد الطبيعية α ، β و γ ثم اكتب n في النظام العشري

دورة1990 (علوم دقيقة)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $5x-6y=3....(1)$.

1)أثبت أنه إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة(1)فإن x مضاعف لـ3 ثم استنتج حلا خاصا للمعادلة (1).

2)حل المعادلة (1) ثم استنتج حلول الجملةالتالية $\begin{cases} x\equiv -1[6] \\ x\equiv -4[5] \end{cases}$

3) من بين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ التي هي حلول للمعادلة(1) ما هي الثنائيات $(x;y)$ التي تحقق $(x^2-y^2)\prec 56$.

دورة 1996 (علوم دقيقة)

1) x و y عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما .
أثبت أن العددين $(x+y)$ ، xy أوليان فيما بينهما.

2) α ، β عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما .
عين α ، β حتى يكون : $15\alpha^2-229\alpha=30\beta$

3) x و y عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما .عين مجموعة الثنائيات $(x;y)$ التي تحقق: $15(x^2+y^2)=229(x+y)$

دورة 2000 (علوم دقيقة)

1)حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x';y')$:
$9x'-14y'=13$ علماً أنّ $(3,1)$ حلا لها .

2)نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$:
$$45x-28y=130$$
أ-بيّن أنه إذا كان $(x;y)$ حلا لهذه المعادلة فإن x مضاعف للعدد2 و y مضاعف للعدد 5 ، ثم حل هذه المعادلة .

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{2\alpha\alpha3}$ في نظام تعداد أساسه 9 و $\overline{5\beta\beta6}$ في نظام تعداد أساسه 7 .
عين α و β ثم أكتب N في النظام العشري

دورة2005 (علوم دقيقة)

α و β عددان حيث: $\alpha=n^2+n$ و $\beta=n+2$ حيث $n\in\mathbb{N}$

1-أ)برهن أن: $PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(\beta;n)$

ب) استنتج القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha;\beta)$

2- a و b عددان طبيعيان يكتبان في نظام التعداد ذي الأساس n كما يلي : $a=\overline{3520}$ و $b=\overline{384}$

أ) برهن أن العدد $3n+2$ هو قاسم مشترك للعددين a و b

ب)استنتج تبعا لقيم n أن:
$PGCD(a;b)=3n+2$ أو $PGCD(a;b)=2(3n+2)$

جـ)عين α و β إذا علمت أن : $PGCD(a;b)=41$

دورة2007 (علوم دقيقة)

لتكن في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$:
$43x-13y=\lambda....(*)$ حيث λ عدد صحيح .

1) تحقق من أن : $(-3\lambda;-10\lambda)$ حل للمعادلة $(*)$.
حل في $\mathbb{Z}^2$ هذه المعادلة .

2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ في نظام تعداد أساسه 6 و $\overline{\beta0\gamma\gamma\gamma}$ في نظام تعداد أساسه 5 .
بين أن α ، β و γ تحقق : $43\alpha-13\beta=\gamma$
عين α و β و γ ثم أكتب N في النظام العشري

دورة1981 (رياضيات)

1.n عدد طبيعي ، أثبت أن بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 13 تشكل متتالية دورية .حدّد تبعا لقيم n هذا الباقي
ما هو باقي قسمة العدد 1981^{1401} على 13.

2. أثبت أن من أجل كل عدد طبيعي k يكون العدد:
$5.25^{2k+1}+3.5^{4k+1}-10$ يقبل القسمة على 13

1.ناقش تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 5^n على 13

2.استنتج أنه مهما كان العدد الطبيعي n فإن:
$$18^{4n}+31^{4n+1}+57^{4n+3}-1\equiv0[13]$$
عين العدد الطبيعي n بحيث: $\begin{cases}18^{4n}+31^{4n+1}+2n\equiv0[13]\\10\le n\prec40\end{cases}$

دورة 1989 (رياضيات)

1-أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

2- عين العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $19^{6n+3}-5^{6n+4}+4n^2+1$ قابلا القسمة على 7.

3- a عدد طبيعي يكتب $\overline{0xx1}$ في نظام تعداد أساسه 5 .
عين العدد الطبيعي x حتى يكون a قابلا القسمة على 35

دورة2004 (علوم دقيقة)

n عدد طبيعي حيث $n\succ2$. نعتبر الأعداد الطبيعية :
$a=2n+1$ ، $b=4n+3$ ، $c=2n+3$

1)أثبت أن العددين a و b أوليان فيما بينهما و استنتج أن الأعداد a ، b ، c أولية فيما بينها.

2)عين تبعا لقيم n قيمة القاسم المشترك الأكبر للعددين b وc
عين قيمة n بحيث يكون :
$PGCD(b,c)=3$ و $PPCM(b,c)=1305$

3)اكتب b^2 في نظام أساسه a .

4) نفرض أن a,b,c هي إحداثيات النقطة ω من الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

- بين أن النقطة ω تنتمي إلى مستقيم (Δ) يطلب تعيينه.

جد معادلة للمستوى (π) الذي يشمل المبدأ O و يحتوي على المستقيم (Δ) .

دورة2003 (علوم دقيقة)

1) α ، β عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما .
- عيّن α ، β حيث : $\alpha(\alpha^2-19)=35\beta$ و $\alpha\succ\beta$

2) لتكن u_n متتالية هندسية حده الأول u_0 و أساسها r حيث u_0 و r عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما و $u_0\prec r$

أ)اوجد u_0 و r حتى يكون : $35u_0{}^2+19u_1-u_0r^3=0$

ب) نضع $S_n=u_0+u_1+...+u_n$
اوجد الأعداد الطبيعية n حتى يقبل S_n القسمة على 30

دورة1984 (رياضيات)

لتكن في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $11x+32y=1984....(1)$

1-أثبت أن من أجل كل زوج $(x;y)$ حلول المعادلة (1) فإن x يقبل القسمة على 32 ، ثم استنتج حلول المعادلة (1).

2-حدّد الأزواج $(x;y)$ حلول المعادلة (1)حيث: $-37\prec y\prec7$

3-أكتب الأزواج التي حصلت عليها ، في السؤال السابق في النظام العددي الذي أساسه 9 .

الأستاذ: بالعبيدي محمّد العربي larbibelabidi@gmail.com