

1/1	الصفحة	امتحان تجريبي	نيابة خيخرة ثانوية محمد السادس
3H	مدة الانجاز	المادة: الرياضيات	
7	المعامل	الشعبة: العلوم التجريبية السنة الدراسية: 2004/2005	

التبرين الأول (4 نقط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_n = \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ بحيث \ln هو اللوغاريتم النبيري.

1- أحسب $u_{n+1} - u_n$ ثم استنتج أن (u_n) تناقصية.

2- نضع $v_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ أحسب v_n بدلالة n ثم $\ln(v_n)$ ماذا تستنتج؟

3- نضع $w_n = u_{n+1} + u_{n+2} + \dots + u_{2n}$ أحسب w_n بدلالة n ثم $\ln(w_n)$ ماذا تستنتج؟

التبرين الثاني (6 نقط)

نعتبر في \mathbb{C} الحدودية: $p(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$

1- تحقق من أن: $p(2i) = 0$.

2- لتكن z_1 و z_2 و z_3 حلول المعادلة $p(z) = 0$ بحيث $\text{Re}(z_1) = 0$ و $\text{Re}(z_2) > 0$ ، حدد z_1 و z_2 و z_3 .

3- أكتب الحلول على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسّي.

ب: برهن أن النقط M_1 و M_2 و M_3 صور الأعداد z_1 و z_2 و z_3 على التوالي تنتمي إلى دائرة (C) مركزها أصل المعلم.

4- مثل في المستوى العقدي النقط M_1 و M_2 و M_3 .

5- ما طبيعة الرباعي $OM_1M_2M_3$ ؟

التبرين الثالث (10 نقط)

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x) = \frac{1}{2}(x + e^{2x} - xe^{2x})$ وليكن (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم (o, \vec{i}, \vec{j}) .

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C) .

2- أحسب الدالة المشتقة f' للدالة f .

3- نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي: $g(x) = 1 + (1 - 2x)e^{2x}$.

أ: أحسب $g'(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة g .

ب: بين أن g تقابل من المجال $[0, 1]$ نحو مجال J ينبغي تحديده، ثم استنتج أن: $\exists! \alpha \in [0, 1] / g(\alpha) = 0$.

ج: أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g .

د: استنتج أن $f'(x) > 0$ لكل $x < \alpha$ و $f'(x) < 0$ لكل $x > \alpha$.

4- ضع جدول تغيرات الدالة f .

5- حل المعادلة $f(x) = \frac{x}{2}$ ثم أرسم (Δ) المقارب المائل ل (C) و (C) في المعلم (o, \vec{i}, \vec{j}) . (تأخذ $\alpha \approx 0,64$ و $f(\alpha) \approx 0,97$)

6- أحسب مساحة الحيز المحدد ب (C) و المقارب المائل والمستقيمان اللذان معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$.