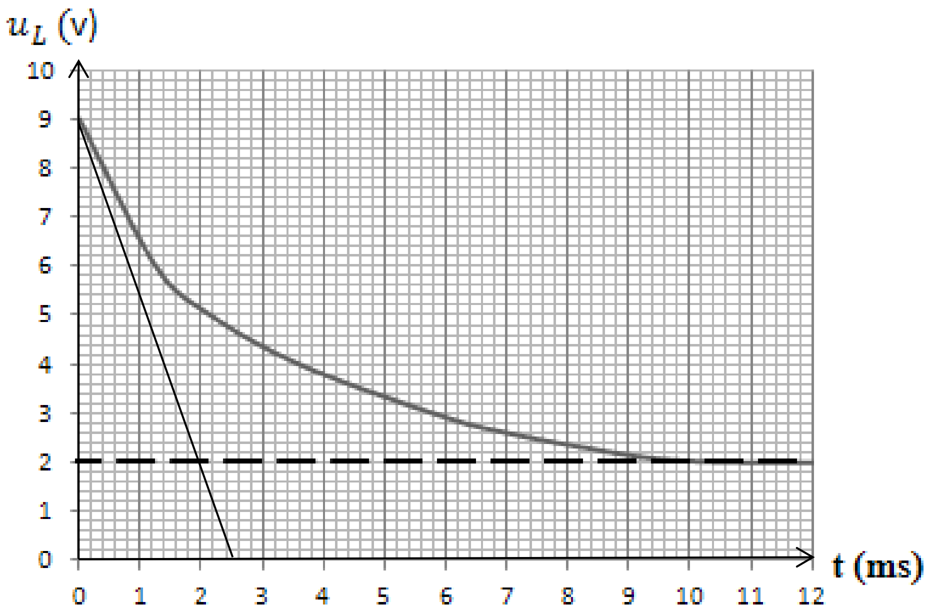
ثانوية البياضة الجديدة الموسم الدراسي : 2014/2013

القسم : 3علوم تجريبية المدة : ساعة

# الفرض الثاني في مادة العلوم الفيزيائيـــــــــة

## تمريـــــــــن :

دارة كهربائيـة تضـم علـى التسلسل مولـد تـوتر مسـتمر مثـالي قوتـه المحركـة الكهربائيـة ، ناقل أومـي مقاومتـه $R = 35\Omega$ وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخليـة $r$ ، نغلق القاطعـة عند اللحظـة $t = 0$ و نتـابع تغيرات $U_L$ التوتر بين طرفي الوشيعة, بواسطة راسم الاهتزازات المهبطي ذي ذاكرة و الذي يظهر على شاشته البيان التالي:




1- مثل الدارة الكهربائية .

2- بين على هذه الدارة كيفية توصيل راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة هذا البيان.

3- هل الحالة المدروسة فتح أم غلق القاطعة ؟ مع التعليل .

4- بتطبق قانون جمع التوترات اوجد المعادلة التفاضلية للتيار المار بالوشيعة .

5- حل هذه المعادلة هو $i = A(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$ ، اوجد عبارة كلا من $A$ و $\tau$ ، وما هو المدلول الفيزيائي لهما ؟

6- اوجد قيمة $r$ المقاومة الداخلية للوشيعة .

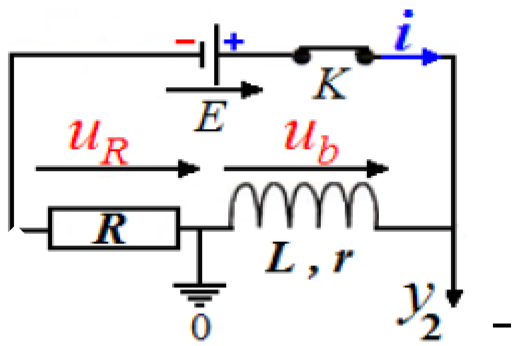
7- اثبت ان عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة تكتب من الشكل : $U_L = \frac{rE}{r+R} + \frac{RE}{r+R} e^{\frac{-t}{\tau}}$

8- برهن أن المماس عند اللحظة $t = 0s$ يقطع المستقيم $U_L = U_{L(\infty)}$ في اللحظة $t = \tau$ .

9- ما هي قيمة $\tau$ واستنتج قيمة $L$.

10- برهن أن زمن وصول الطاقة المخزنة في الوشيعة الى النصف هو : $t_{\frac{1}{2}} = \tau \ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right)$ ثم احسبه .

تصحيح الفرض :




1- تمثيل الدارة .

2- كيفية توصيل راسم الاهتزاز .

3- القاطعة مغلقة . لأن: $t = 0$ فان $U_L = \text{E}$ .

4- المعادلة التفاضلية :

$$U_L + U_R = \text{E} \Rightarrow L\frac{di}{dt} + ri + Ri = E \Rightarrow L\frac{di}{dt} + (r+R)i = E$$
$$\Rightarrow \frac{L}{(r+R)}\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{(r+R)}$$

5- عبارة $A$ و $\tau$ :

$$i = A(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{(r+R)} \times \frac{A}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}} + A\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right) = \frac{E}{(r+R)}$$
$$\Rightarrow \frac{L}{(r+R)} \times \frac{A}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}} + A - Ae^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{E}{(r+R)}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{L}{(r+R)} \times \frac{1}{\tau} - 1\right)Ae^{\frac{-t}{\tau}} + A = \frac{E}{(r+R)}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{E}{(r+R)} \\ \left(\dfrac{L}{(r+R)} \times \dfrac{1}{\tau} - 1\right)Ae^{\frac{-t}{\tau}} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{(r+R)} \times \frac{1}{\tau} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{L}{(r+R)} \times \frac{1}{\tau} = 1$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{L}{(r+R)}$$

- المدلول الفيزيائي : $A$ : هو قيمة التيار العظمى $i_0$ .
$\tau$ : ثابت الزمن : وهو الزمن اللازم لبلوغ التيار المار بالوشيعة 63% من قيمته العظمى.

6- قيمة المقاومة $r$ : في النظام الدائم :

$$U_L = ri_0$$
$$U_R = E - U_L = Ri_0$$

$$\Rightarrow \frac{U_L}{E - U_L} = \frac{ri_0}{Ri_0} \Rightarrow \frac{U_L}{E - U_L} = \frac{r}{R} \Rightarrow r = \frac{RU_L}{E - U_L} = \frac{35 \times 2}{9 - 2} = 10\Omega$$

7- عبارة $U_L$ :

$$i = \frac{E}{(r+R)}(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\frac{E}{(r+R)}}{\tau} e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{\frac{E}{(r+R)}}{\frac{L}{(r+R)}} e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{E}{L} e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$U_L = L\frac{di}{dt} + ri = L \times \frac{E}{L} e^{\frac{-t}{\tau}} + r \times \frac{E}{(r+R)}\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$

$$U_L = \mathrm{E}\, e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{rE}{(r+R)} - \frac{rE}{(r+R)}\, e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{rE}{(r+R)} + \left(E - \frac{rE}{(r+R)}\right) e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$U_L = \frac{rE}{(r+R)} + \left(\frac{E(r+R)}{r+R} - \frac{rE}{(r+R)}\right) e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$U_L = \frac{rE}{(r+R)} + \frac{RE}{r+R} e^{\frac{-t}{\tau}}$$

8- البرهان :

- معادلة المماس :

$$U_L = at + b$$

$$t = 0 \implies U_L = b = E$$

$$a = \left(\frac{dU_L}{dt}\right)_{t=0} = \frac{\frac{RE}{r+R}}{\tau} e^{\frac{-0}{\tau}} = \frac{RE}{(r+R)\tau}$$

$$\implies U_L = \frac{RE}{(r+R)\tau} t + E$$

- معادلة المستقيم: $U_L = U_{L(\infty)}$

$$t = \infty \implies U_L = \frac{rE}{(r+R)}$$

- عند تقاطع المستقيمين :

$$\frac{RE}{(r+R)\tau} t + E = \frac{rE}{(r+R)} \implies \frac{R}{(r+R)\tau} t + 1 = \frac{r}{(r+R)}$$

$$\implies \frac{R}{(r+R)\tau} t = \frac{r}{(r+R)} - 1 = \frac{r}{(r+R)} - \frac{(r+R)}{(r+R)} = \frac{R}{(r+R)}$$

$$\Longrightarrow \frac{R}{(r+R)\tau}t = \frac{R}{(r+R)} \Longrightarrow \frac{t}{\tau} = 1 \Longrightarrow t = \tau$$

9– قيمة $\tau$ : من البيان نجد : $\tau = 2ms$

- قيمة $L$ :

$$\tau = \frac{L}{(r+R)} \Longrightarrow L = \tau(r+R) = 2 \times 10^{-3} \times 45 = 0.09H$$

10-اثبات أن زمن وصول الطاقة المخزنة في الوشيعة الى النصف هو : $t_{\frac{1}{2}} = \tau \ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right)$ :

$$E_L = \frac{1}{2}L\, i^2 = \frac{1}{2}L\,\left(i_0(1-e^{\frac{-t}{\tau}})\right)^2 = \frac{1}{2}L{i_0}^2(1-e^{\frac{-t}{\tau}})^2$$

$$E_{L_{max}} = \frac{1}{2}L\,{i_0}^2$$

$$E_L = \frac{1}{2}L{i_0}^2(1-e^{\frac{-t}{\tau}})^2 = E_{L_{max}}(1-e^{\frac{-t}{\tau}})^2$$

$$t = t_{\frac{1}{2}} \Longrightarrow E_L = \frac{E_{L_{max}}}{2} \Longrightarrow \frac{E_{L_{max}}}{2} = E_{L_{max}}\left(1-e^{\frac{-t_{\frac{1}{2}}}{\tau}}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{2} = \left(1-e^{\frac{-t_{\frac{1}{2}}}{\tau}}\right)^2 \Longrightarrow \sqrt{\frac{1}{2}} = 1-e^{\frac{-t_{\frac{1}{2}}}{\tau}} \Longrightarrow 1-\frac{1}{\sqrt{2}} = e^{\frac{-t_{\frac{1}{2}}}{\tau}}$$

$$\Longrightarrow \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} = e^{\frac{-t_{\frac{1}{2}}}{\tau}} \Longrightarrow \ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{t_{\frac{1}{2}}}{\tau}$$

$$\Longrightarrow t_{\frac{1}{2}} = \tau \ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right)$$

- حسابه :

$$t_{\frac{1}{2}} = 2 \times \ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right)$$