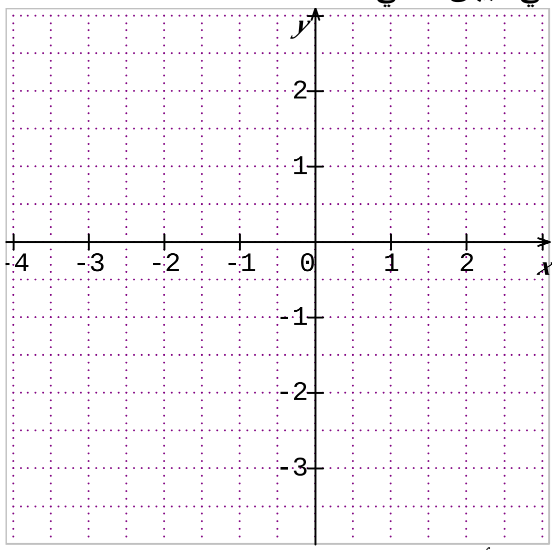
التمرين 1: http://resultats.blogspot.com/

(Cf) التمثيل البياني لدالة f معرفة ومستمرة على R معطى في البيان التالي :



علما أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته y=0 في جوار $-\infty$

حدّد الجواب الصحيح من المقترحات التالية :

1. h دالة معرفة على R و h و f لهما نفس الإشارة و $f(x)\le h(x)$ مهما كان $x\in R$

أ. $\lim_{x\to-\infty} h(x)=-\infty$ ، ب. $\lim_{x\to-\infty} h(x)=0$ ،

ج. $\lim_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$

2. g دالة حيث $g(x)=\frac{1}{f(x)}$

أ g معرفة على R^* ،ب. g معرفة على $R-\{2\}$

ج. $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ ،د. $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

هـ. (C_g) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=2$

3. k دالة حيث $k(x)=\frac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}$

أ. $\lim_{x\to+\infty}(f\circ k)(x)=-3$ ،ب. $\lim_{x\to+\infty}(k\circ f)(x)=1$

ج. $\lim_{x\to-\infty}(f\circ k)(x)=-3$ ،د. $\lim_{x\to+0^+}(f\circ k)(x)=+\infty$

التمرين2:

1. لتكن الدالة g المعرفة على R: $g(x)=x^3+x^2+3x-1$

أ.أدرس تغيرات g وأنشئ جدول تغيراتها

ب. بيّن أن المعادلة g(x)=0 تقبل حلا وحيدا α على R و أن $0,2\prec\alpha\prec 0.4$

استنتج إشارة $g(x)$ على R

2.f دالة معرفة على R و(C_f) تمثيلها البياني في م.م.م $(o;\vec{i},\vec{j})$ نأخذ $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

$f(x)=x+\frac{2}{x^2+1}$:

أ.عين الدالة المشتقة $f'(x)$ ثم استنتج أن اشارتها هي إشارة $(x-1)g(x)$

ب.أنشئ جدول تغيرات f (ضع في الجدول f(0))

ج. بين أن $1.9\prec f(\alpha)\prec 2.3$

3.أوجد معادلة المستقيم المقارب لـ (C_f) وادرس وضعيته بالنسبة (C_f)

4.أحسب f(-1) واستنتج عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

5.أرسم (C_f)

6.نعتبر الدالة φ : $\varphi(x)=|x|+\frac{2}{x^2+1}$

ما هي شفعية الدالة φ؟استنتج إنشاء المنحنى الممثل للدالة φ انطلاقا من (C_f).

7. نعتبر الدالة ϕ: $\phi(x)=|f(x)|$. كيف نستنتج إنشاء المنحنى الممثل للدالة ϕ انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه .

8.أ.أوجد النقط $M(x;y)$ من(C_f) التي يكون عندها المماس يوازي المستقيم الذي معادلته $y=x$

ب ناقش بيانيا حسب قيم m حلول المعادلة $f(x)=x+m$

التمرين3:

f دالة معرفة على المجال $I=[2,+\infty[$ $f(x)=\frac{x^3}{x^2-1}$

1.أدرس تغيرات الدالة f على I وأنشئ جدول تغيراتها

2. n عدد طبيعي حيث $n\ge 3$ ،نفرض المعادلة

$$(E)\;.....\;\frac{x^3}{x^2-1}=n$$

أ.أثبت أن المعادلة (E)تقبل حلا وحيدا على المجال $I=[2,+\infty[$ ، نرمز له x_n.

ب.أحسب $f(x_{n+1})-f(x_n)$ استنتج اتجاه تغير المتتالية (x_n).

ج. قارن العددين $f(n-1)$ و n ثم قارن $f(n)$ و n

استنتج أن $n-1\le x_n\le n$

د. استنتج $\lim x_n$ ثم $\lim\frac{x_n}{n}$

هـ. أوجد قيمة مقربة إلى 10^{-1}للعدد x_3 .

التمرين 4 :

f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $[-2,2]$ و

جدول تغيرات الدالة المشتقة f' كما يلي :

x	-2	-1	0	1	2
$f'(x)$	1 ↘	0	-2 ↗	-1	0

عين الجواب الصحيح من بين الاقتراحات التالية يمكن ان يكون أكثر من جواب صحيح :

1.لدينا : ا. $f(-2) \prec f(-1)$.

ب. $f(-1) \prec f(0)$. ج. $f(0) \prec f(1)$

2.(C_f) يقبل مماسين أثنين بالضبط يوازيان المستقيم الذي معادلته : أ $y=\frac{-1}{2}$ ب. $y=\frac{1}{2}x$ ج. $y=\frac{-1}{2}x$

3.إذا كان $f(-2) \succ f(2)$ ،من أجل كل عدد حقيقي k محصور بين $f(-2)$ و$f(2)$ فأن المعادلة $f(x)=k$ تقبل على المجال $[-2,2]$

أ حلا واحدا فقط .ب. حلين ج. لا تقبل حلا

4.اذا كان $f(1)=0$ على المجال $[0,2]$لدينا :

أ $f(x) \le -2x$.ب. $f(x) \ge -2x$.ج $f(x) \ge 0$

التمرين 5 :

f دالة معرفة على $R-\{-1,1\}$ و(C) تمثيلها البياني في م.م.م $(o;\vec{i},\vec{j})$ حيث $f(x)=\frac{2x^3+3}{x^2-1}$

1. g دالة معرفة على R حيث $g(x)=x^3-3x-3$

أ. أدرس تغيرات الدالة g وأنشئ دول تغيراتها

ب. استنتج أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا على Rنرمز له α . أوجد حصر للعدد α إلى 10^{-1}

ج. استنتج إشارة $g(x)$ على R

2. أحسب نهايات f على أطراف مجال تعريفها

ب. بين أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين

3.أ.أكتب f(x) على الشكل $f(x)=ax+b+\frac{cx+d}{x^2-1}$

ب.بين (C) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلته ودراسة وضعيته مع (C) .

4.أحسب $f'(x)$.

ب. باستعمال الفقرة 1 استنتج اتجاه تغير الدالة f .أنشئ جدول تغيرات f .

5. بين أن $f(\alpha)=3\alpha$ اوجد حصر للعدد $f(\alpha)$

6. أرسم (C)

7. استنتج هندسيا إنشاء المنحنى الممثل للدالة

$$\varphi(x)=\frac{2(x+1)^3+3}{(x+1)^2-1}$$

التمرين6

1. f دالة معرفة على R و (C) تمثيلها البياني في م.م.م $(o;\vec{i},\vec{j})$ حيث $f(x)=1-x+\sqrt{x^2+3}$

ا.أحسب نهايات f على أطراف مجال تعريفها. فسر النتائج بيانيا .

ب. بين أن مهما كان $x \in R$ أن $x \prec \sqrt{x^2+3}$

ج.أحسب $f'(x)$ و أنشئ جدول تغيرات f .

د.بين أن (C) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=-2x+1$ في جوار $-\infty$

2.أثبت أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا على R نرمز له α . و أن $1{,}7 \prec \alpha \prec 1{,}8$

ب.أنشئ المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ ثم أنشئ (C) .

3. $M(x_0;y_0)$ نقطة كيفية من (C) كيف يمكن إنشاء هندسيا النقطة $N(y_0;f(y_0))$ من (C).

التمرين7

f دالة معرفة على $I=]0,+\infty[$ و (C) تمثيلها البياني في م.م.م $(o;\vec{i},\vec{j})$ حيث $f(x)=\frac{x}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{2x}$

1. أدرس تغيرات الدالة f وأنشئ دول تغيراتها

ا. بين أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل نرمز له (D). أدرس وضعيته مع (C) .

ب.أرسم)المستقيمات المقاربة و(C) .

2. m وسيط حقيقي و (Δ) مستقيم معادلته $y=m$ ناقش بيانيا حسب قيم m عدد نقط تقاطع (C) مع (Δ)

ب. اذا كان $m \succ \sqrt{2}$، نرمز A وB الى نقط تقاطع (C) مع (Δ) و M منتصف $[AB]$.

ما هي مجموعة النقط M عندما يمسح الوسيط m المجال $]\sqrt{2},+\infty[$ ؟

/http://resultats.blogspot.com

التمرين1:

1.بما أن h و f لهما نفس الإشارة و f سالبة على المجال $]-\infty,2[$ فإن $f(x)\le h(x)\le 0$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ اذن

$\lim_{x\to-\infty} h(x)=0$ الجواب ب صحيح

و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $f(x)\le h(x)$ ومنه

$\lim_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$ الجواب ج صحيح

2. . $g(x)=\frac{1}{f(x)}$ و $f(x)=0$ من اجل $x=2$ معناها

الدالة g معرفة اذا كان $x\neq 2$ اذن g معرفة على $R-\{2\}$ الجواب ب صحيح

. $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ و f سالبة اذن $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ جواب ج

و $\lim_{x\to 2^-} g(x)=\frac{1}{f(2)}=\frac{1}{0^-}=-\infty$

$\lim_{x\to 2+} g(x)=\frac{1}{f(2)}=\frac{1}{0+}=+\infty$ ومنه (C_g) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=2$ الجواب هـ صحيح

3. $\lim_{x\to+\infty} k(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}=$

$=\lim\frac{1+x\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x(\frac{1}{x}+\sqrt{\frac{1}{x^2}+1})}{x}=$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}+\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}}{1}=1$

ومنه $\lim_{x\to+\infty}(f\circ k)(x)=\lim_{x\to1} f(x)=-3$ الجواب أ صحيح

بما أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ومنه

$\lim_{x\to+\infty}(k\circ f)(x)=\lim_{x\to+\infty} k(f(x))=1$ الجواب ب صحيح

$\lim_{x\to+0^+}(f\circ k)(x)=\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ الجواب د صحيح

التمرين2:

1. $g'(x)=3x^2+2x+3$. $\Delta'=1-9=-8\prec 0$ ومنه g' لها اشارة $a=3\succ 0$ وg متزايدة تماما على R

x	$-\infty$	α	$+\infty$
g(x)	$-\infty$ ↗	0	↗ $+\infty$

ب.الدلة g متزايدة تماما على R و مستمرة على R و 0 ينتمي الى المجال $]-\infty,+\infty[$ اذن بتطبيق م.ق. م يوجد عدد حقيقي وحيد α من R حيث $g(\alpha)=0$ معناها

المعادلة g(x)=0 تقبل حلا وحيدا وبعد الحساب نجد أن $g(0;2)\times g(0,4)\prec 0$ اذن $0,2\prec\alpha\prec 0.4$

ج. من جدول التغيرات نستنتج إشارة g(x)

$g(x)\prec 0$ اذا كان $x\prec\alpha$ و $g(x)\succ 0$ اذا كان $x\succ\alpha$

2.أ. $f'(x)=1+\frac{-2(2x)}{(x^2+1)^2}=\frac{(x^2+1)^2-4x}{(x^2+1)^2}=$

$\frac{x^4+2x^2+1-4x}{(x^2+1)^2}=\frac{(x-1)(x^3+x^2+3x-1)}{(x^2+1)^2}$

$=\frac{(x-1)g(x)}{(x^2+1)^2}$

إذن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $(x-1)g(x)$

نستعمل جدول إشارات لتعيين إشارة الجداء $(x-1)g(x)$

x	$-\infty$ … 1	1 … α	α … $+\infty$
$x-1$	-	+	+
$g(x)$	-	-	+
$(x-1)g(x)$	+	-	+

جدول تغيرات f

x	$-\infty$ … 1	1 … α	α … $+\infty$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	$-\infty$ ↗ 2	2 ↘ $f(\alpha)$	$f(\alpha)$ ↗ $+\infty$

ج. $f(\alpha)=\alpha+\frac{2}{\alpha^2+1}$ و $0,2\le\alpha\le 0,4$ .....(1)

نحصر المقام $0,2^2+1\le\alpha^2+1\le 0,4^2+1$ ومنه

$1,04\le\alpha^2+1\le 1;16$ ومنه $\frac{2}{1,16}\le\frac{2}{\alpha^2+1}\le\frac{2}{1,04}$ ..(2)

بجمع (1) و(2)نجد $0,2+1,72\le f(\alpha)\le 0,4+1,92$ أي

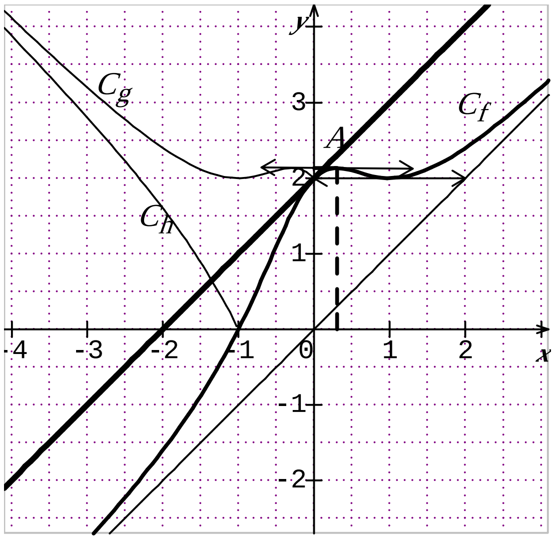
$1,92\le f(\alpha)\le 2,32$

3. $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)-x=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2}{x^2+1}=0$ ومنه(D) $y=x$

المستقيم المقارب لـ (C_f) و $\frac{2}{x^2+1}\succ 0$ معناها (C_f) فوق (D) مهما كان $x\in R$

$f(-1)=-1+1=0$ و من جدول التغيرات دالة f نلاحظ أن $f(x)\succ 0$ مهما كان $x\succ -1$ ومنه المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا واحدا $x=-1$

.5



6. $\varphi(x)=|x|+\frac{2}{x^2+1}$. φ معرفة على R

و $\varphi(-x)=|-x|+\frac{2}{(-x)^2+1}=|x|+\frac{2}{x^2+1}=\varphi(x)$ ومنه

φ دالة زوجية معناها محور التراتيب محور تناظر

اذا كان $x\ge 0$ ، $|x|=x$ أي أن $\varphi(x)=f(x)$ ومنه

(C_φ) مطابق (C_f) في المجال $]0,+\infty[$ و في المجال $]-\infty,0[$ نرسم نظير (C_φ) بالنسبة لمحور التراتيب في الرسم هو Cg

7. $\phi(x)=|f(x)|$ إذن $\phi(x)=f(x)$ إذا كان $f(x)\ge 0$

$\phi(x)=-f(x)$ اذا كان $f(x)\le 0$ ومنه

$(C\phi)$ و (C_f) متطابقان إذا كان $f(x)\ge 0$ معناها الجزء فوق محور الفواصل و $(C\phi)$ هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل اذا كان $f(x)\le 0$ معناها الجزء تحت محور الفواصل الرسم هو C_h

8. المماس يوازي المستقيم الذي معادلته $y=x$ معناها مماس معامل توجيهه يساوي 1 اذن نحل المعادلة

$f'(x)=1$ نجد $\frac{x^4+2x^2+4x-1}{(x^2+1)^2}=1$ أي

$x^4+2x^2+4x-1=(x^2+1)^2$ أي $4x=0$ ومنه $x=0$

اذن النقطة هي $A(0;2)$ ومعادلة المماس في A هي

$y=x+2$

8. حلول المعادلة $f(x)=x+m$ هي نقط تقاطع المستقيم (T) الذي معادلته $y=x+m$ و (C_f) نلاحظ أن (T) يوازي (D) $y=x$ المقارب المائل لان لهما نفس معامل التوجيه 1 مهما كان الوسيط m

اذا كان $m\succ 2$ المعادلة ليس لها حل

اذا كان $m=2$ المعادلة تقبل حلا واحدا هو $x=0$

اذا كان $0\prec m\prec 2$ المعادلة المعادلة تقبل حلين

اذا كان $m\le 0$ المعادلة ليس لها حل

التمرين3:

1. $f(x)=\frac{x^3}{x^2-1}$ ، $f'(x)=\frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$ و $x\ge 2$ اذن

$f'(x)\succ 0$

x	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$\frac{8}{3}$ ↗	$+\infty$

2. $n\ge 3$ ، $\frac{x^3}{x^2-1}=n$ و لدينا $\frac{8}{3}\prec 3$ اذن $n\in\left[\frac{8}{3};+\infty\right[$

f مستمرة ومتزايدة تمام على المجال $I=[2,+\infty[$ بتطبيق م ق م المعادلة $f(x)=n$ تقبل حلا وحيدا عل المجال $I=[2,+\infty[$ نرمز له x_n أي أن $f(x_n)=n$

ب. $f(x_{n+1})-f(x_n)=(n+1)-n=1$ و منه $f(x_{n+1})\succ f(x_n)$ وبما أن f متزايدة تماما فإن $x_{n+1}\succ x_n$ و هذا يعني أن المتتالية (x_n) متزايدة تماما .

ج. مقارنة العدديين $f(n-1)$ و n نحسب

$$f(n-1)-n=\frac{(n-1)^3}{(n-1)^2-1}-n=\frac{-n^2+3n-1}{n^2-2n}$$

$-n^2+3n-1$ مميزه $\Delta=5$ و اذا كان $n\ge 3$ تكون العبارة سالبة و $n^2-2n\succ 0$ إذن $f(n-1)-n\prec 0$ أي $f(n-1)\prec n$

مقارنة $f(n)$ و n نحسب

$$f(n)-n=\frac{n^3}{n^2-1}-n=\frac{n^2+n}{n^2-1}\succ 0$$

و منه $f(n)\succ n$

اذن لدينا $f(n-1)\prec n\prec f(n)$ أي

$f(n-1)\prec f(x_n)\prec f(n)$ وبما أن f متزايدة تماما فإن $n-1\prec x_n\prec n$

د. $\lim x_n$ بتطبيق نهايات المقارنة لدينا $n-1\to+\infty$ ومنه

$\lim x_n=+\infty$

$\frac{n-1}{n}\prec\frac{x_n}{n}\prec\frac{n}{n}$ ومن بتطبيق نهايات الحصر نجد

$\lim\frac{x_n}{n}=1$ لان $\frac{n-1}{n}\to 1$ و $\frac{n}{n}=1$

هـ. $2\le x_3\le 3$ حسب النتيجة السابقة و n=3 ومنه بتطبيق م ق م و بطريقة التنصيف نجد حل المعادلة $f(x)=3$ هو $x_3\approx 2,5$

التمرين4:

1.أ.خاطئ .ب.خاطئ .ج.صحيح

2.معامل توجيه المستقيم $y=\frac{-1}{2}$ يساوي 0 ونلاحظ أن $f'(x)$ تنعدم من أجل $x=-1$ و $x=-2$ اذن (C_f) يقبل مماسين أثنين بالضبط يوازيان المستقيم الذي معادلته $y=\frac{-1}{2}$ الجواب أ صحيح

معامل توجيه المستقيم $y=\frac{1}{2}x$ يساوي $\frac{1}{2}$ ونلاحظ أن $f'(x)=\frac{1}{2}$ من أجل قيمة واحدة فقط في المجال $[-2,-1]$

اذن الجواب ب خاطئ

معامل توجيه المستقيم $y=\frac{-1}{2}x$ يساوي $\frac{-1}{2}$ ونلاحظ أن $f'(x)=\frac{-1}{2}$ من أجل قيمتين واحدة في المجال $[-1,0]$ و واحدة في المجال $[1,2]$ الجواب ج صحيح

3. لدينا $f(2)\prec f(-2)\prec f(-1)$ و $k\in[f(2);f(-2)]$

جدول تغيرات f

x	-2		-1	0	1	2
$f'(x)$		$+$			$-$	
$f(x)$	$f(-2)$		$f(-1)$		0	$f(2)$

اذن قيم $f(x)$ أكبر من العدد k في المجال $[-2;-1]$ اذن المعادلة لا تقبل حلا في هذا المجال و الدالة f متناقصة على المجال$[-1;2]$ و $f(2)\prec f(-2)\prec f(-1)$ اذن الدالة f تأخذ القيمة k مرة واحدة فقط على هذا المجال المعادلة تقبل حلا في هذا المجال $[-1;2]$.الجواب أ صحيح فقط

4. $f(1)=0$ على المجال $[0,2]$ نلاحظ أن $f(x)\geq 0$ اذا كان $0\leq x\leq 1$و $f(x)\leq 0$ اذا كان $1\leq x\leq 2$اذن الجواب ج خاطئ

الجواب أ خاطئ لان $f(x)\leq -2x$ تعني أن $f(1)\prec -2$ و لكن $f(1)=0$

الجواب ب صحيح لآن $f(x)\geq -2x$ تعني أن $f(x)+2x\geq 0$ نفرض الدالة g على المجال $[0,2]$حيث $g(x)=f(x)+2x$.لدينا $g'(x)=f'(x)+2$ و $f'(x)\geq -2$ على المجال $[0,2]$معناها $g'(x)\geq 0$ اذن الدالة g متزايدة على المجال $[0,2]$اذن مهما كان من $[0,2]$فإن $g(x)\geq g(0)$ و $g(0)=f(0)+0=f(0)\succ 0$ ومنه $g(x)\geq 0$ أي $f(x)+2x\geq 0$ ومنه $f(x)\geq -2x$ الجواب ب صحيح .

التمرين 5 :

1. تغيرات الدالة g

x	$-\infty$		-1		$+1$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$		$-$		$+$ α	
$g(x)$	$-\infty$		-1		-5	0	$+\infty$

ب.واضح من الجدول أن $g(1)=-5$ و $\lim_{x\to+\infty}=+\infty$ و g مستمرة و متزايدة على $]1;+\infty[$ و $0\in]-5;+\infty[$ اذن بتطبيق م ق م يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]1;+\infty[$ حيث $g(\alpha)=0$

حصر α نحسب $g(2)=-1$ و $g(2{,}1)\approx -0.039$ و $g(2{,}2)\approx 1;05$ يمكن نأخذ $\alpha\approx 2{,}1$

ج. إشارة $g(x)$ من الجدول نلاحظ أن $g(x)\leq 0$ اذا كان $x\leq\alpha$ و $g(x)\geq 0$ اذا كان $x\leq\alpha$

2. $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و

$$\lim_{x\to-1^-} f(x)=\frac{-2+3}{0^+}=+\infty$$ و

$$\lim_{x\to-1^+} f(x)=\frac{-2+3}{0^-}=-\infty$$ و

$$\lim_{x\to1^-} f(x)=\frac{2+3}{0^-}=-\infty$$ و

$$\lim_{x\to1^+} f(x)=\frac{2+3}{0^+}=+\infty$$

ب.من النهايات نستنتج أن (C)يقبل مستقيمين مقاربين عموديين هما : $x=-1$ و $x=1$

3.أ. $f(x)=ax+b+\frac{cx+d}{x^2-1}$ نوحد المقام ونجد :

$$f(x)=\frac{(ax+b)(x^2-1)+cx+d}{(x^2-1)}=$$

$$=\frac{ax^3+bx^2-ax-b+cx+d}{x^2-1}=$$

$$=\frac{ax^3+bx^2+(-a+c)x-b+d}{x^2-1}$$

و بالمطابقة مع $f(x)$

نجد: $a=2$ و $b=0$ و $-a+c=0$ و $-b+d=3$

أي $a=2$ و $b=0$ و $c=2$ و $d=3$ ومنه

$$f(x)=2x+\frac{2x+3}{x^2-1}$$

ب. $$\lim_{x\to\pm\infty}(f(x)-2x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x+3}{x^2-1}=0$$

معناها (D) $y=2x$ متقيم مقارب مائل في جوار $\pm\infty$

وضعية (C) مع (D) اشارة الفرق $\frac{2x+3}{x^2-1}$

x	$-\infty$ $\frac{-3}{2}$	-1	1	$+\infty$
$2x+3$	-	+	+	+
x^2-1	+	+	-	+
الجداء	- (C)تحت (D)	+ (C)فوق (D)	- (C) تحت (D)	+ (C)فوق (D)

.4

$$f'(x)=\frac{(6x^2)(x^2-1)-(2x^3+3)(2x)}{(x^2-1)^2}=\frac{2x^4-6x^2-6x}{(x^2-1)^2}=\frac{2x(x^3-3x-3)}{(x^2-1)^2}=\frac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$$

اشارة $f'(x)$ هي اشارة $xg(x)$

x	$-\infty$ 0	α	$+\infty$
x	-	+	+
$g(x)$	-	-	+
$xg(x)$	+	-	+

جدول تغيرات f

x	$-\infty$ -1	0	1	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	-	-	+
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow -3$	$-3 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow f(\alpha)$	$f(\alpha) \nearrow +\infty$

.5 $f(\alpha)=\frac{2\alpha^3+3}{\alpha^2-1}$ و بما أن $g(\alpha)=0$ فإن

$\alpha^3-3\alpha-3=0$ اذن $\alpha^3=3\alpha+3$ نعوض نجد

$$f(\alpha)=\frac{6\alpha+6+3}{\alpha^2-1}=\frac{6\alpha+9}{\alpha^2-1}=\frac{3(2\alpha+3)}{\alpha^2-1}$$

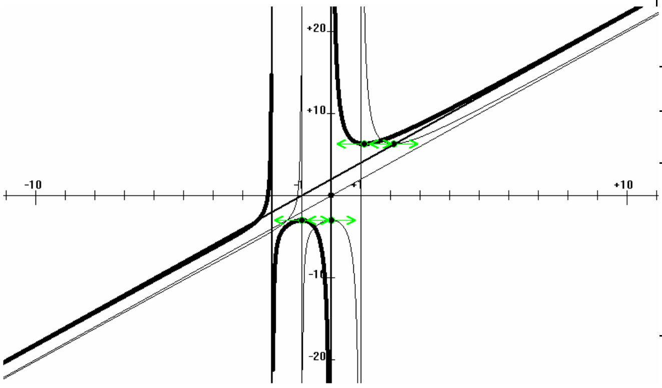
و $2\alpha+3=\alpha(\alpha^2-1)$ لان

$2\alpha+3=\alpha^3-\alpha$:أي $\alpha^3-3\alpha-3=0$ ومنه

$\frac{(2\alpha+3)}{\alpha^2-1}=\alpha$ معناها $f(\alpha)=\frac{2\alpha^3+3}{\alpha^2-1}=3\alpha$

حصر للعدد بما ان $2,0\le\alpha\le2,1$ اذن

$3\times2\le3\alpha\le3\times2,1$ أي $6\le f(\alpha)\le6,1$



..6 $\varphi(x)=\frac{2(x+1)^3+3}{(x+1)^2-1}$ اذن

$\varphi(x)=f(x+1)$ نستنتج إنشاء منحنى

(C_φ) بالأنسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$ انطلاقا من (C)

التمرين 6 :

.1 أ. $f(x)=1-x+\sqrt{x^2+3}$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty+\infty=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+x^2-2x-x^2-3}{x(\frac{1}{x}-1-\sqrt{1+\frac{3}{x^2}})}=1$$

ب.لدينا من أجل $x\in R$ ، $x\le|x|$ و

$$x\le|x|=\sqrt{x^2}\le\sqrt{x^2+3}$$

ج. $f'(x)=\frac{x-\sqrt{x^2+3}}{\sqrt{x^2+3}}$ ومنه $f'(x)\le0$ حسب النتيجة السابقة .

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x)$	$+\infty \searrow 1$

.2 $f(x)=x$ تكافئ $f(x)-x=0$ نضع

$g(x)=f(x)-x$ وندرس تغيرات الدالة g ونطبق م ق م

ونجد g متناقصة تماما على R لأنها مجموع دالتين متناقصتين

ومنه يوجد α يحقق $g(\alpha)=0$ أي $f(\alpha)=\alpha$.

3 $N(y_0;f(y_0))$ بالتنا ضر بالنسبة للمستقيم $y=x$