

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (08نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم و متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطة $A(1, -1, 3)$ و ليكن (P) المستوى ذو المعادلة: $x - y + 3z = 0$

$$1. \text{ أ- تحقق من أن : } t \in \mathbb{R}, \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases} \text{ تمثيل وسيطي للمستقيم } (OA).$$

ب . حدد معادلة ديكارتية للمستوي (Q) العمودي على المستقيم (OA) في النقطة A

ج. تحقق من أن المستوى (P) يوازي المستوى (Q)

2. نعتبر سطح الكرة (S) المماسة للمستوي (Q) في النقطة A و التي يقطعها المستوى (P)

وفق الدائرة (c) التي مركزها O و نصف قطرها $r = \sqrt{33}$

أ. بين ان $\omega(a, b, c)$ مركز سطح الكرة (S) ينتمي الى (OA) ثم استنتج ان $b = -a$ و $c = 3a$

ب. بين ان : $\omega A^2 - \omega O^2 = 33$ ثم استنتج ان $a - b + 3c = -11$

ج. استنتج احداثيات ω مركز سطح الكرة (S) ثم بين أن نصف قطرها $R = 2\sqrt{11}$

التمرين الثاني (04نقط)

أختر الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية :

(1) الشكل الجبري للعدد المركب z حيث $\bar{z} + \sqrt{z\bar{z}} = 6 + 2i$ هو: (أ) $\frac{8}{3} - 2i$ ، (ب) $-\frac{8}{3} + 2i$

(2) مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $(z)(\bar{z}) = (z-1)(\bar{z}-1)$ هي المستقيم ذو المعادلة: (أ) $y = -x + 1$ ، (ب) $2x = 1$

(3) نضع: $z = \sqrt{2 + \sqrt{2}} + i\sqrt{2 - \sqrt{2}}$ الشكل الأسّي للعدد المركب z^2 هو: (أ) $4e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، (ب) $2e^{-i\frac{\pi}{4}}$

التمرين الثالث (08نقط)

(1) تعتبر في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة (E) : $3x - 8y = 5$.

- برهن أن حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $(x; y)$ حيث : $x = 8k - 1$ و $y = 3k - 1$ مع $k \in \mathbb{Z}$

(2) (أ) ليكن n ، x و y ثلاثة أعداد طبيعية حيث:
$$\begin{cases} n = 3x + 2 \\ n = 8y + 7 \end{cases}$$

أثبت أن $(x; y)$ حلا للمعادلة (E).

(ب) نعتبر الجملة (S) :
$$\begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$$
 أثبت أن n حلا للجملة (S) إذا وفقط إذا كان: $n \equiv 23[24]$.

(3) (أ) ليكن k عددا طبيعيا. عيّن باقي قسمة 2^{2k} على 3 و باقي قسمة 7^{2k} على 8 .

(ب) تحقق أن 1991 حل للجملة (S) وبيّن أن العدد $-1 - 1991$ يقبل القسمة على 24