ثانويّة عبد العزيز الشريف — امتحان الثّلاثي الثاني — الأقسام:3ع.ت/2011-2012

الوادي — في الرياضيات — المـدّة:ساعتان

التمرين الأوّل:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(3,-2,2)$ ، $B(6,1,5)$، $C(6,-2,-1)$ و المستوي (P) الذي معادلته $x+y+z-3=0$.

1) بيّن أنّ (P) عمودي على المستقيم (AB) و يشمل A.

2) ليكن (P') المستوي العمودي على المستقيم (AC) و الذي يشمل A. اكتب معادلة ديكارتيّة لـِ (P').

3) عيّن تمثيلا وسيطيّا للمستقيم (d) : تقاطع المستوييْن (P) و (P').

4) ليكن المستقيم (d') ذا التمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=2+2t' \\ y=-2t' \\ z=1+t' \end{cases} \quad ; t'\in\mathbb{R}$. ادرس تقاطع (d) و (d').

5) ليكن H مرجح الجملة $\{(A,-2);(B,1);(C,-1)\}$.

عيّن مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $(-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}).(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MA})=0$.

التمرين الثاني:

نعتبر، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، كثير الحدود $p(z)=(z-2i)(z^2-2\sqrt{3}z+4)$.

I-1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z)=0$ (نسمّي z_0 الحل التّخيّلي الصّرف و z_1 الحل الذي يحقق $\operatorname{Im}(z_1)\succ 0$ و z_2 الحل المتبقي).

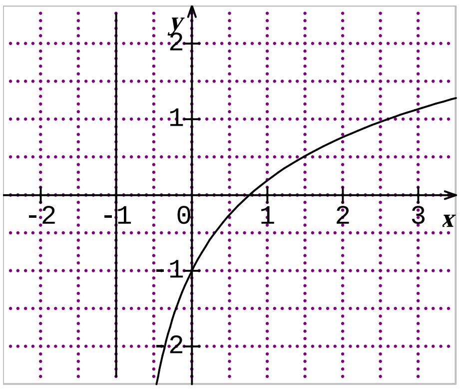
2) ا- اكتب على الشكل الأسّي كلاًّ من z_0 و z_1 و z_2 ، و استنتج الشكل الأسّي لكلّ من $z_0.z_1$ و $\dfrac{1}{z_2}$ و $-z_2$.

بــ بيّن أنّ العدد $(z_0.z_1)^{2013}$ حقيقي.

II- نعتبر النقط A ، B ، C التي لواحقها $z_A=z_0+z_1$ و $z_B=z_1$ و $z_C=-z_2$ ، على الترتيب.

1) ما طبيعة المثلّث ABC؟ علّل إجابتك.

2) عيّن لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ مستطيلا.



التمرين الثالث:

I- المنحني المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$

بـ : $g(x)=-\dfrac{1}{x+1}+\ln(x+1)$.

1) بقراءة بيانيّة، شكّل جدول تغيّرات g .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α من المجال $]0,7;0,8[$ ،

ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- لتكن f الدالة المعرّفة على $]-1,+\infty[$ بـ $f(x)=-x+1+x.\ln(x+1)$.

نسمّي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$،[طول الوحدة : $1cm$].

1) احسب $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، و فسّر النتيجة الأولى هندسيّا.

2)ا- تحقق أنّه ، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1,+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ، ثمّ استنتج جدول تغيّرات f .

بــ أثبت أنّ $f(\alpha)=1-\dfrac{\alpha^2}{\alpha+1}$ ، ثم استنتج حصرا لـِ $f(\alpha)$.

3)ا- اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة التي ترتيبها 1 و فاصلتها أقل من 1.

بــ بيّن أنّه يوجد مماسان آخران يشملان مبدأ المعلم O و يمسّان (C_f) في نقطتيْن يطلب تعيين فاصلتيْهما .

جــ أنشئ المماس (T) والمنحني (C_f) على المجال $]-1;6]$ (تعطى $f(6)\simeq 6,68$).

د- ناقش بيانيّا،حسب قيم الوسيط الحقيقي m من المجال $]-\infty;10]$ ،عدد و إشارة حلول المعادلة $1+x.\ln(x+1)-m=0$.