تمارين حول الظواهر الكهربائية

تمرين 1:

مكثفة سعتها $C = 3{,}3\mu F$ تشحن بواسطة مولد للتوتر المستمر قوته المحرك الكهربائية $E = 9V$. تتم عملية الشحن عبر ناقل أومي مقاومته $R = 100K\Omega$.

1 – أعط عبارة ثابت الزمن τ لهذه الدارة.

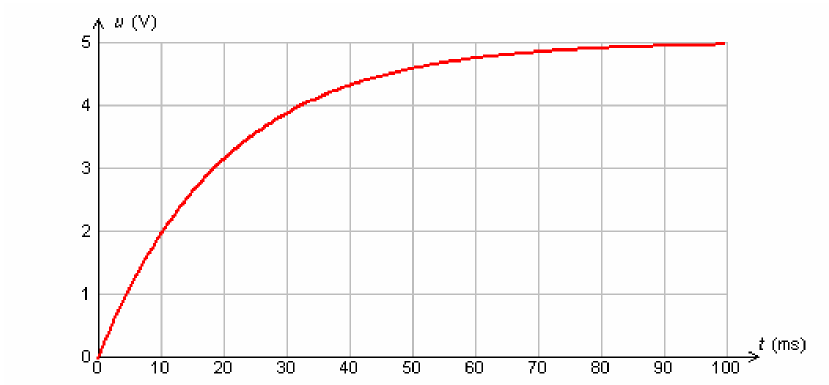
2 – بين أن وحدة τ هي وحدة زمن.

3 – أوجد قيمة ثابت الزمن τ .

4 – ما هي قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة 5 ثواني بعد غلق القاطعة.

5 – ما هي قيمة شدة التيار الكهربائي الذي يجري في فرع المكثفة 5 ثواني بعد غلق القاطعة.

تمرين 2:



يمثل الشكل تغيرات التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة بدلالة الزمن.

تشحن هذه المكثفة بتوتر ثابت قيمته $E = 5V$ عبر ناقل أومي مقاومته $R = 1000\Omega$.

1 – أعط تركيب الدارة الذي يسمح بتحقيق هذه المتابعة.

2 – أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي المكثفة.

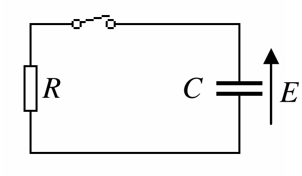
3 – أعط عبارة حل هذه المعادلة.

4 – استنتج من البيان قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC .

5 – استنتج سعة المكثفة.

تمرين 3:

يمثل الشكل المقابل دارة كهربائية تحتوي على مكثفة مشحونة، سعتها $C = 56\mu F$ و التوتر بين طرفيها $E = 4{,}0V$، ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$ و قاطعة:



1 – في اللحظة $t=0$ نقوم بغلق القاطعة. ما هي قيمة التوتر u_C بين طرفي المكثفة عند هذه اللحظة؟

2 – أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين طرفي المكثفة.

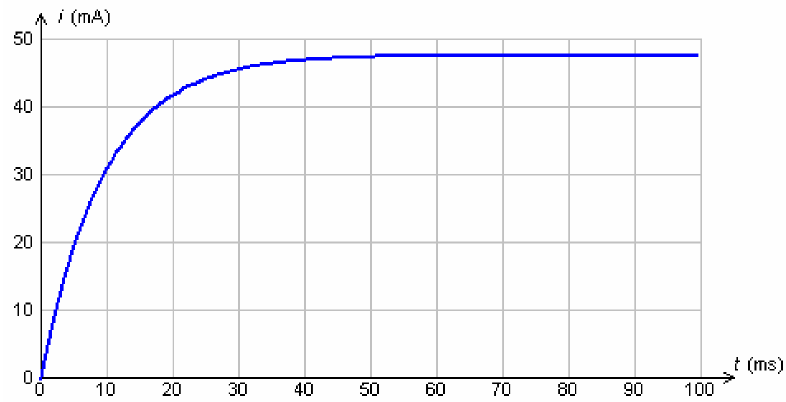
3 – تأكد أن المعادلة $u_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ تعتبر حلا للمعادلة التفاضلية.

4 – أعط عبارة طاقة المكثفة بدلالة الزمن و هذا من أجل $t>0$

5 – أحسب قيمة هذه الطاقة من أجل $t=\tau$ ثم من أجل $t=10ms$

تمرين 4:

نقوم بمتابعة تطور ظهور التيار الكهربائي في دارة RL بدلالة الزمن، فنحصل على البيان التالي:



1 – أعط رسم الدارة الكهربائية التي تسمح لنا بإجراء هذه المتابعة.

2 – أرسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t=0$. استنتج قيمة ثابت الزمن τ الخاص بهذه الدارة.

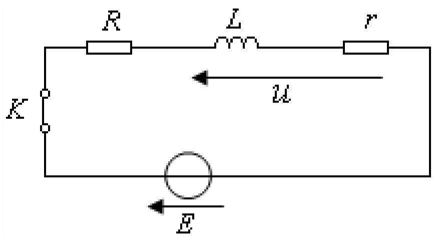
3 – أوجد من البيان اللحظة التي يصل فيها التوتر إلى 63% من قيمته العظمى.

4 – إذا علمت أن قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولد هي $E=5V$، أحسب مقاومة الدارة R_t.

5 – استنتج ذاتية الوشيعة L.

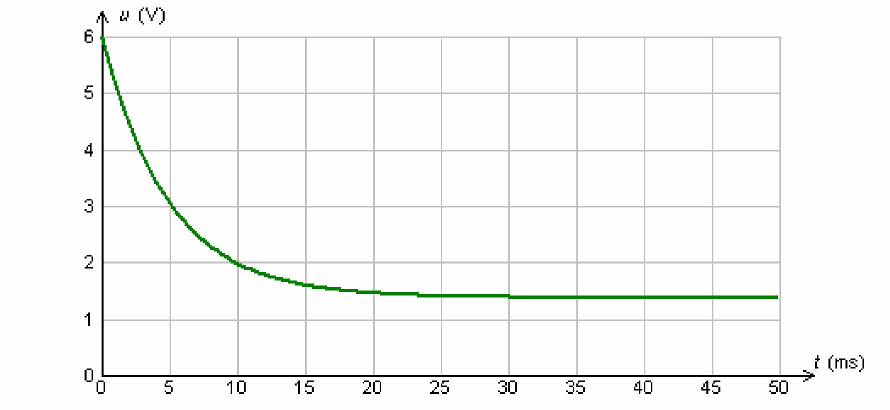
تمرين 5:

نحقق الدارة الكهربائية التالية لمتابعة تطور التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة (L,r) بدلالة الزمن.



المولد المستعمل هو مولد للتوتر المستمر قيمة قوته المحركة الكهربائية $E=6V$، مقاومة الوشيعة $r=15\Omega$ و مقاومة الناقل الأومي $R=50\Omega$

نتائج القياس تسمح لنا برسم البيان التالي:



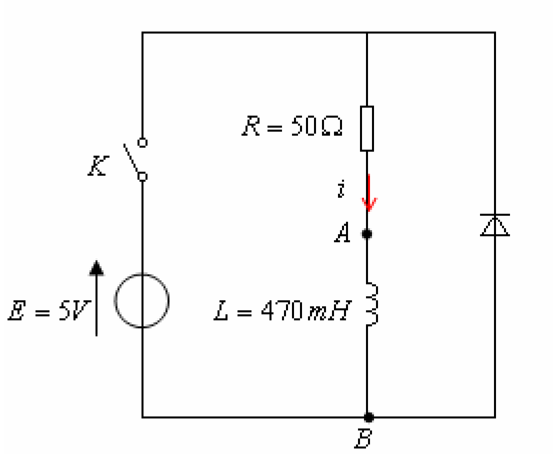
1 – استنتج من المنحنى ثابت الزمن τ الخاص بالدارة RL.

2 – أعط عبارة τ بدلالة L, r, R. بين أن ثابت الزمن له وحدة زمنية.

3 – استنتج من المقدار τ قيمة الذاتية L.

تمرين 6

نحقق الدارة الكهربائية المبينة على الشكل:



1 – في البداية، نعتبر أن القاطعة قد أغلقت من وقت طويل. أعط عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 بدلالة مميزات التركيب. أحسب هذه القيمة.

2 – أعط عبارة الطاقة التي تلقتها الوشيعة ثم أحسب قيمتها.

3 – في اللحظة $t = 0$ نفتح القاطعة K.

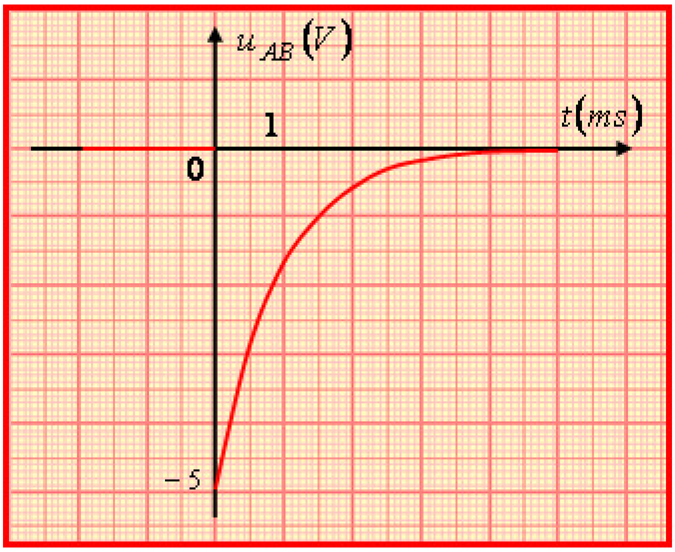
أ / أعط عبارة المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي في الدارة.

ب / تأكد أن هذه المعادلة تقبل الحل التالي:

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}.$$

جـ / استنتج عبارة $u_{AB}(t)$.

4 – نقوم بالمتابعة الزمنية لتطور التوتر الكهربائي u_{AB} عند فتح القاطعة. نتائج القياس تسمح لنا برسم البيان التالي:



أ / بين أن شكل المنحنى يوافق المعادلة المستخرجة في السؤال 3–جــ.

ب / لتعيين قيمة ثابت الزمن لثنائي القطب RL نتبع الطريقة التالية:

ليكن t_1 هي اللحظة التي يزداد فيها التوتر u_{AB} بـــ 10% بالنسبة لقيمته الابتدائية و اللحظة t_2 هي اللحظة التي يصل فيها التزايد إلى 90% من القيمة الابتدائية. أعط ،بدلالة ثابت الزمن τ ، زمن الصعود الذي نرمز له بـــ $t_m = t_2 - t_1$.

جــ / استنتج قيمة ثابت الزمن τ ثم قارن هذه القيمة مع القيمة التي تحسب انطلاقا من L و R

أجوبة التمارين

تمرين 1:

1 – عبارة ثابت الزمن هي: $\tau = RC$

2 – نبين أن وحد المقدار τ هي وحدة زمن

$$\tau = \frac{u}{i}\frac{q}{u} = \frac{i \times t}{i} = t$$

إذن نرى بوضوح أن وحدة ثابت الزمن τ هي وحدة زمن.

3 – تحسب قيمة ثابت الزمن بحساب المقدار RC

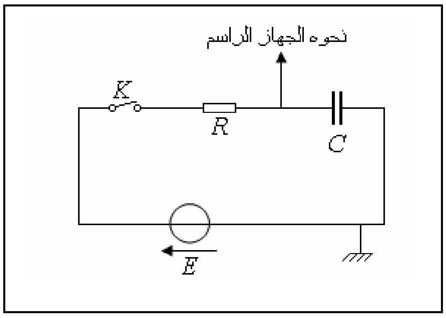
$$\tau = RC = 100.10^{3} \times 3{,}3.10^{-6} = 0{,}33s = 330ms$$

4 – قيمة التوتر الكهربائي 5 ثواني بعد غلق القاطعة تعطى بالعلاقة:

$$u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 9 \times \left(1 - e^{-\frac{5}{0{,}33}}\right) = 9V$$

5 – بما أن التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة أصبح يساوي قيمة التوتر الذي يطبق المولد على المكثفة هذا يعني أن شدة التيار الكهربائي في الدارة أصبحت منعدمة.

تمرين 2:



1 – تركيب الدارة:

2 – المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي المكثفة:

بتطبيق قانون العروة على هذه الدارة نجد:

$$u_C + u_R = E$$

و منه نكتب:

$$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = E$$

و نعوض بعد ذلك $\tau = RC$ فنصل إلى النتيجة التالية:

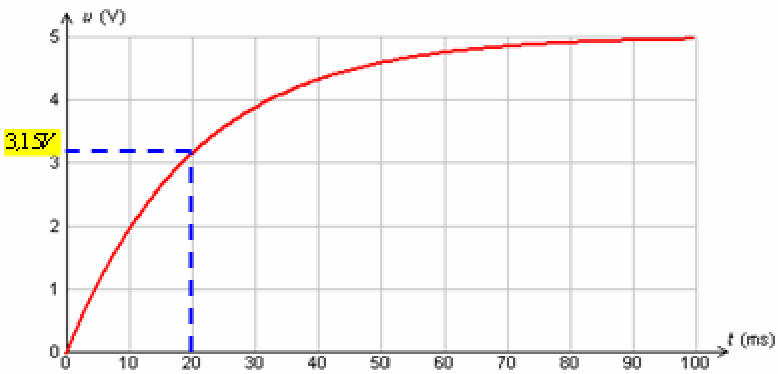
$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E}{\tau}}$$

3 – تقبل هذه المعادلة حلا من الشكل:

$$\boxed{u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

4 – نعوض في حل المعادلة التفاضلية $t = \tau$ فنجد:

$$u_C = 0{,}63E = 0{,}63 \times 5 = 3{,}15V$$



نبحث في المنحنى عن اللحظة التي يكون فيها التوتر بين طرفي المكثفة يساوي هذه القيمة فنجد: $\tau = 20ms$

5 – لدينا: $\tau = 20ms = RC$ و منه نجد:

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{20.10^{-3}}{100} = 2.10^{-4}F$$

تمرين 3:

1 – قيمة التوتر u_C بين طرفي المكثفة عند اللحظة $t=0$ هي:

$$u_C = 4{,}0V$$

2 – بتطبيق قانون العروة على هذه الدارة نجد: $u_C + u_R = 0$

و منه نكتب: $u_C + RC\frac{du_C}{dt} = 0$ و نعوض بعد ذلك $\tau = RC$ فنصل إلى النتيجة التالية:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = 0$$

3 – نعوض الحل المقترح في المعادلة التفاضلية فنجد:

$$\frac{d\left(Ee^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{dt} + \frac{1}{\tau}Ee^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$-\frac{1}{\tau}Ee^{-\frac{1}{\tau}} + \frac{1}{\tau}Ee^{-\frac{1}{\tau}} = 0$$

نلاحظ أن الحل المقترح يحقق المعادلة التفاضلية.

4 – عبارة طاقة المكثفة من أجل $t > 0$ تكون:

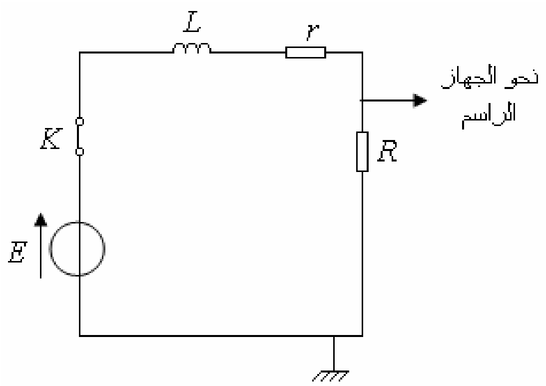
$$E_{cond} = \frac{1}{2}C.\left[Ee^{-\frac{t}{\tau}}\right]^2$$

5 – قيمة هذه الطاقة من أجل $t = \tau$ هي: $E_{cond} = 6{,}1.10^{-5}\, j$

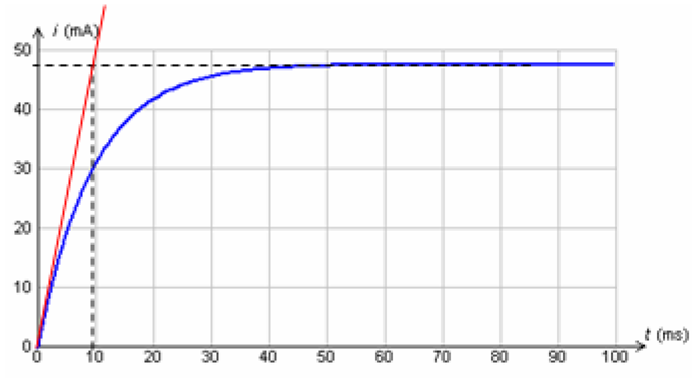
و تكون قيمتها من أجل $t = 0{,}01s$: $E_{cond} = 1{,}3.10^{-5}\, j$

تمرين 4:

1 – الدارة الكهربائية التي تسمح لنا بالحصول على هذا المنحنى هي:



2 – رسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t=0$



فاصلة نقطة تقاطع المماس مع الخط المقارب الأفقي للدالة هي ثابت الزمن τ.

نقرأ من المنحنى: $\tau = 10ms$

3 – على المنحنى نقرأ قيمة الخط المقارب الأفقي فنجدها تساوي: $47,6mA$ و هي القيمة العظمى التي تصل إليها شدة التيار الكهربائي في الدارة.

اللحظة التي توافق 63% من هذه القيمة تقرأ على البيان

$$\frac{63}{100} \times 47,6 = 30mA$$

اللحظة التي توافق هذه القيمة هي: $t = 30ms$.

4 – نعلم أن معادلة الخط المقارب الأفقي للدالة $i(t)$ هي: $i = \frac{E}{R_t}$.

و منه نجد:

$$R_t = \frac{E}{i} = \frac{5}{47,6.10^{-3}} = 105\Omega$$

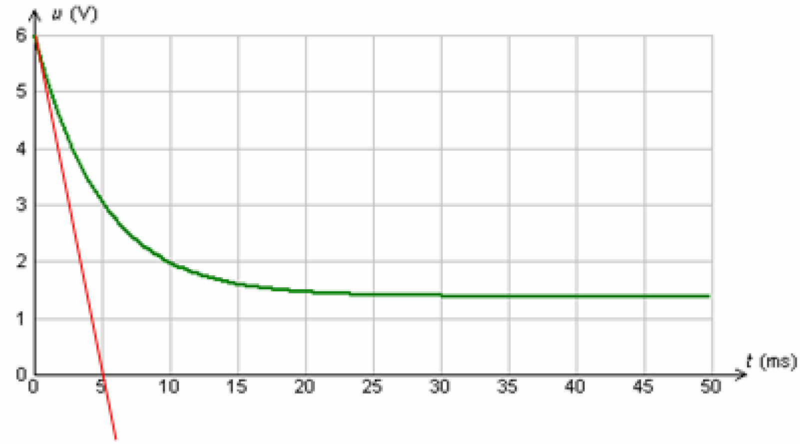
5 – نعلم أن ثابت الزمن للدارة هو: $\tau = \frac{L}{R_t}$ و منه نجد:

$$L = 105 \times 10.10^{-3} = 1,05H$$

تمرين 5:

1 – نرسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t=0$. فاصلة نقطة تقاطع المماس مع محور الأزمنة تمثل قيمة ثابت الزمن τ.

من المنحنى نجد: $\tau = 5ms$



2 – من خلال ما رأيناه في الدرس، عبارة ثابت الزمن هي: $\tau = \dfrac{L}{R_t}$

3 – قيمة الذاتية هي:

$L = \tau \times R_t = 5.10^{-3} \times 65 = 0,32H$

تمرين 6:

1 – عبارة شدة التيار الكهربائي في الدارة تعطى بالعلاقة: $I_0 = \dfrac{E}{R}$

التطبيق العددي يعطي: $I_0 = \dfrac{5}{50} = 0,1A$

2 – عبارة الطاقة التي تتلقاها الوشيعة هي: $E_{bob} = \dfrac{1}{2} L I_0^2$

التطبيق العددي يعطي: $E_{bob} = \dfrac{1}{2} \times 0,47 \times 0,1^2 = 2,4.10^{-3}\, j$

3 – أ / بتطبيق قانون العروة على الدارة التي تحتوي على الصمام، الوشيعة و المقاومة نجد: $u_{AB} + u_R + u_D = 0$

الصمام في هذه الحالة يمرر التيار و هو بذلك يعتبر قاطعة مغلقة، و يكون التوتر بين طرفيه $u_D = 0$.

ومنه نكتب: $L\dfrac{di}{dt} + Ri = 0$ و منه نجد:

$$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0}$$

3 – ب / لتأكد من أن المعادلة تقبل الحل المقترح، نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{d\left(\dfrac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}\right)}{dt} + \frac{R}{L}\frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = 0$$

$$-\frac{E}{R}\frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{L} e^{-\frac{R}{L}t} = 0$$

نرى بوضوح أن الحل المقترح يحقق المعادلة التفاضلية.

جـ / عبارة $u_{AB}(t)$ تكون: $u_{AB}(t) = L\frac{di}{dt}$ و منه نجد:

$$\boxed{u_{AB}(t) = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}}$$

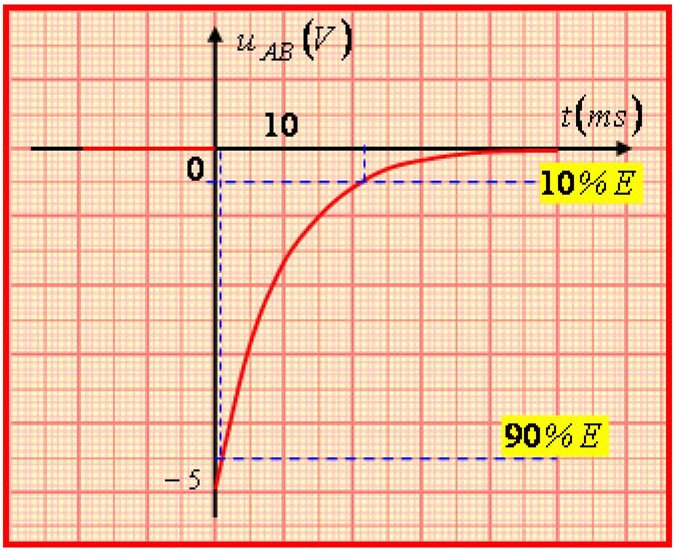
مع $\tau = \frac{L}{R}$

4 – أ / المنحنى الذي تحصلنا عليه يوافق دالة من الشكل :

$$u_{AB}(t) = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

في اللحظة الصفر يكون التوتر سالبا و لما $t \to \infty$ يؤول التوتر بين طرفي الوشيعة إلى القيمة صفر.

4 – ب /



في اللحظة t_1 يكون التوتر بين طرفي الوشيعة قد زاد بـــ 10%، هذا يعني أن قيمته عند هذه اللحظة تمثل :

$$u_{AB} = -90\%E = -0,9.E = -Ee^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

أي $0,9 = e^{-\frac{t_1}{\tau}}$ و هو ما يؤدي إلى $t_1 = -\tau Ln\, 0,9$

في اللحظة t_2 يصل التوتر إلى 90% من التزايد، هذا يعني أن قيمته عند هذه اللحظة هي

$$u_{AB} = -10\%E = -0,1.E = -Ee^{-\frac{t_2}{\tau}}$$

أي $0,1 = e^{-\frac{t_2}{\tau}}$ و هو ما يؤدي إلى $t_2 = -\tau Ln\, 0,1$

زمن الصعود يكون: $t_2 - t_1 = \tau(Ln0,9 - Ln0,1)$ و هو ما يؤدي إلى:

$$t_m = t_2 - t_1 = 2,18\ \tau$$

4 – جـ / من البيان نجد: $t_m = t_2 - t_1 = 21ms$

و منه تكون قيمة ثابت الزمن:

$$\tau = \frac{21}{2,18} = 9,6ms$$

القيمة الحسابية لثابت الزمن تعطي: $\tau = \frac{L}{R} = \frac{0,47}{50} = 9,4.10^{-3}s = 9,4ms$ و هو ما يتفق مع القيمة البيانية

بالتوفيق و النجاح