التحضير المتواصل لبكالوريا 2010

الموضوع : الـدوال الأسية

تمرين 01 :

بسـط العـبارات الــتاليـة :

$(e^x)^3e^{-2x}$ ، $\frac{e^{3x}}{(e^{-x})^2e^x}$ ، $\frac{e^{-x}}{e^x+1}-\frac{e^{-2x}}{1+e^{-x}}$

$(e^x+e^{-x})^2-(e^x-e^{-x})^2$

تمرين 02 :

ـين العـــددين الحقيــقيين a و b في الحــالات

لية :

1) $\frac{e^x-2}{2e^x+1}=a+\frac{b}{2e^x+1}$

2) $\frac{e^{2x}}{e^x+2}=ae^x+\frac{b}{e^x+2}$

3) $\frac{e^x-1}{3e^x+1}=a+\frac{b}{3+e^{-x}}$

تمرين 03 :

ـــل المــــعادلات التــالية علــى $\mathbb{R}$:

$e^{3-x}=$ ، $e^{x+1}=e^{\frac{2}{x}}$ ، $\frac{2e^{2x}}{e^x+1}=\frac{1}{e^{-x}}$

$e^{2x}+e^x-2=$ ، $e^{2x}+e^{1-2x}-(e+1)=0$

تمرين 04 :

ـسب $f'(x)$ في الحــالات الـــتالية :

$f(x)=e^{x^2-x+1}$ ، $f(x)=(x^2-3x)e^{-x}$

$f(x)=\frac{e^x}{e^x-1}$ ، $f(x)=\frac{x-1}{x}e^x$ ، $f(x)=\frac{x}{e^x+1}$

$f(x)=\sqrt{e^{2x}-1}$

التمرين 05 :

حــــل على $\mathbb{R}$ المـــــعادلات التفاضــــلية الـــتالية :

$2y'+3y=0$ ، $2y+3y'-1=0$ ، $y+3y'=2$

التمرين 06 :

f دالة قابلــــة للاشــــتقاق على $\mathbb{R}$

عيــــن $f(x)$ علـــــما أن $f(x)+2f'(x)=0$ و C_f يقبــــل عند النقـــــطة ذات الفاصــلة (-2) مماسا معامل توجيهه $\frac{1}{2}$

التمرين 07 :

f دالة قابلة للاشتـــــــقاق على $\mathbb{R}$

عين $f(x)$ علـما أن $f'(x)+3f(x)=0$ و $A(0;1)$ نقطة من C_f

التمرين 08 :

I) g دالــة عـــددية مـعرفة على $]-\infty;4]$ بـ :

$g(x)=x-e^{-x}$

1- شـــكل جـــدول تغـــيرات الـــدالة g

2- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيـــــث $\alpha\in\left]\frac{1}{2};1\right[$

3- عيـــن العـــدد الطـــبيعي n حيث $\frac{n}{10}<\alpha<\frac{n+1}{10}$

4- اســتنتج إشـــارة $g(x)$ عـــلى $]-\infty;4]$

II) f دالــــة عددية مــعرفة على $]-\infty;4]$ بـ :

$f(x)=\frac{1+x}{1+e^x}$

1- تحـــــقق أن $f'(x)=-\frac{e^x.g(x)}{(1+e^x)^2}$

2- أحــــــســب : $\lim_{x\to-\infty}f(x)$

3- شـــكل جـــدول تغيــرات الدالـــــة f

4- أثبــــت أن $f(\alpha)=\alpha$

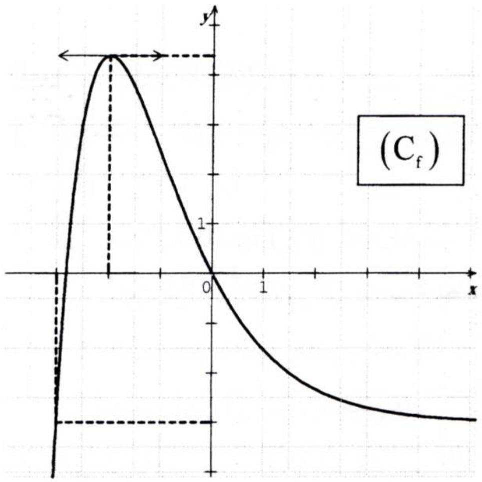
5- نقـــبل أن المســـتقيم $y=x+1$; (Δ) مقارب لـ (C_f)

أدرس الوضـــــع النســـبي بـــــين (C_f) و (Δ) .

6- اخـــتر قيمة تقريبية لـ α ثم أنشئ (C_f) ، الوحدة $2cm$

التمرين 09 :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$ حيث a و b عددان حقيقيان وليكن C_f تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

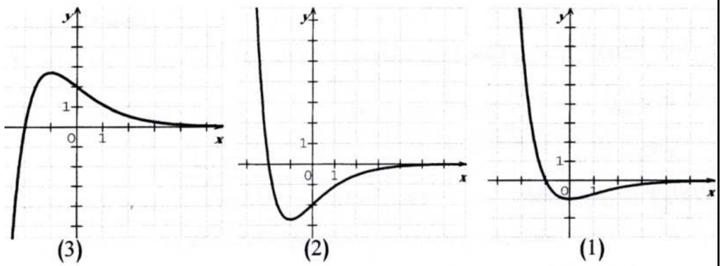


1) بقراءة بيانية للمنحنى C_f .

أ- عين $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$

ب- عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$

ج- من بين المنحنيات الثلاثة (1) ، (2) ، (3) عين مع التبرير المنحنى الممثل لـ f' .



عمـــــــــاري

2) أ- بين أن : $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f

ج- بين أن المعادلة $f(x)=-2$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين 1.50 و 1.52 .

تمرين 10 : BAC 2009 ت.ر

بر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+\frac{2}{e^x+1}$

تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن : $f(x)=x+\frac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$

2) أحسب : $f(x)+f(-x)$ من أجل $x\in\mathbb{R}$ ، ثم استنتج النقطة ω مركز التناظر

3) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) بين أن المستقيم ذي المعادلة $y=x$ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ثم استنتج المقارب لـ (C_f) عند $-\infty$

5) بين أن C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α بحيث $-1.7<\alpha<-1.6$

6) أرسم (C_f) من أجل $x\in\mathbb{R}$

تمرين 11 :

الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$$

1) - تحقق أن : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$

- استنتج أن f دالة فردية .

2) - أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

- استنتج : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) - بين أن : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

- شكل جدول تغيرات الدالة f .

- بين أن من أجل $x\in\mathbb{R}^+$ يكون :

$$1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$$

4) - بين أن :

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(1-\frac{1}{2}x)\right]=0$$

- فسر النتيجة هندسيا .

5) استنتج معادلة المقارب المائل بجوار $-\infty$

6) أنشئ (Cf)

التمرين 12 :

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ : $f(x)=\frac{2e^x}{e^x-1}$

1) أدرس تغيرات الدالة f

2) بين أن C_f يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة

3) بين أن $A(0,1)$ مركز تناظر ثم أرسم (C_f)

4) g دالة عددية حيث : $g(x)=\frac{2e^x}{|e^x-1|}$

أ- أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$

ب- استنتج رسم C_g من رسم C_f .

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-3)|e^x-1|=2e^x \;...(1)$

التمرين 13 : UFC BAC 2008

f دالة عددية معرفة على $[-2;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=-x-\frac{1-5e^x}{e^x}$$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) - عين العدد الحقيقي a بحيث يكون $f(x)=5-x+ae^{-x}$

- بين أن C_f يقبل مقاربا مائلا (Δ)

- أدرس الوضع النسبي بين C_f و (Δ)

3) شكل جدول تغيرات f

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $\alpha\epsilon\left]-2;-\frac{3}{2}\right[$ و $\beta\epsilon\left]\frac{9}{2};5\right[$ ، فسر هندسيا .

5) أنشئ C_f

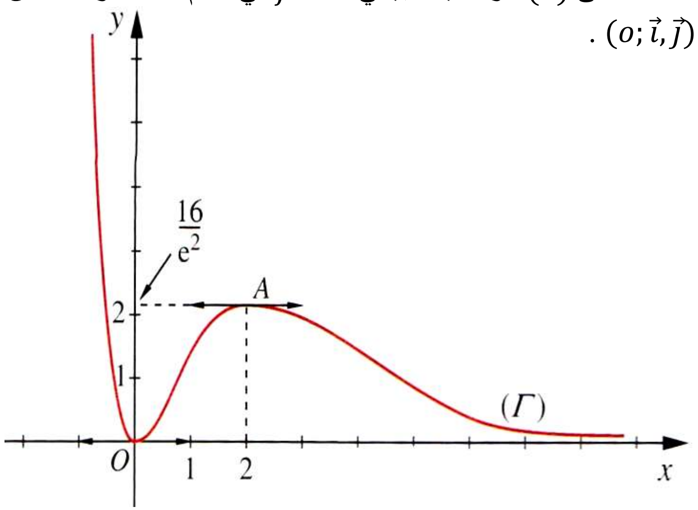
6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة

$$f(x)=3-m$$

اعتمادا على C_f أنشئ C_g حيث $g(x)=|f(x)|$

التمرين 14 :

المنحنى (Γ) هو تمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.



إذا علمت أن $f(x)$ تكتب على الشكل

$$f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$$

1) أنشئ جدول تغيرات الدالة f

2) اعتمادا على المعلومات الموجودة في البيان . عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c .

عماري

PREPARATION CONTINUE BAC 2010