المجال : التطورات الرتيبة	الوحدة 03 : الظواهر الكهربائية	المستوى: 3 ع ت + ر + ت ر ملخص رقم : 03

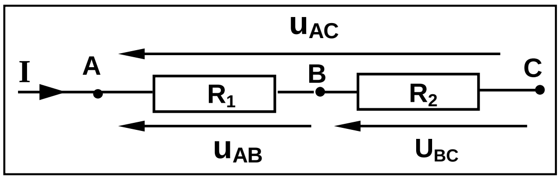
1 ـ مكتسبات قبلية :

1 ـ 1 ـ التيار الكهربائي المستمر : هو كل تيار كهربائي شدته ثابتة بدلالة الزمن .

1ـ 2 ـ التيار الكهربائي المتناوب : هو كل تيار كهربائي شدته متغيرة بدلالة الزمن .

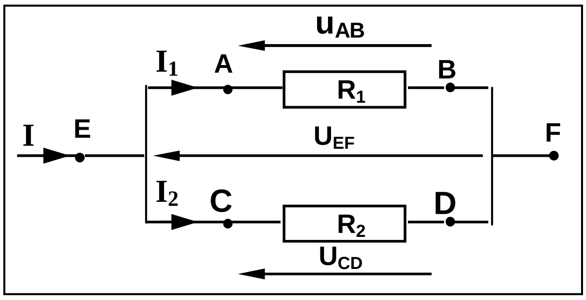
1 ـ 3 ـ قانون التواترات :

أ ـ حالة الدارة المتسلسلة :



$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$$

ب ـ حالة الدارة المتفرعة :



$$U_{EF} = U_{AB} = U_{CD}$$

جـ ـ قانون العروات :

* العروة : هي كل اطار مغلق مثل العروة ABCA .

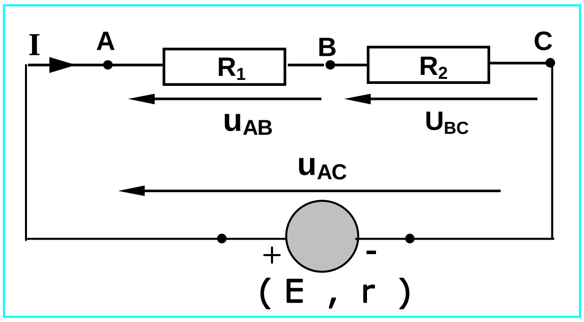
حسب قانون التوترات :

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} \quad \Leftrightarrow$$

$$U_{AB} + U_{BC} - U_{AC} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = 0$$

نتيجة : مجموع توترات العروة الواحدة معدوم .



1 ـ 4 ـ قانون الشدات :

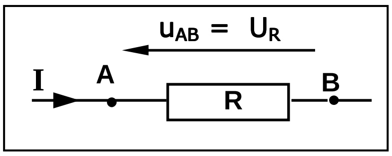
أ ـ حالة الدارة المتسلسلة : $I = cte$ (ثابت)

ب ـ حالة الدارة المتفرعة : $I = I_1 + I_2$

1 ـ 5 ـ قانون اوم بين طرفي الناقل الأومي :

$$U_R = R \cdot I$$

R : مقاوة الناقل الاومي (أوم Ω) .



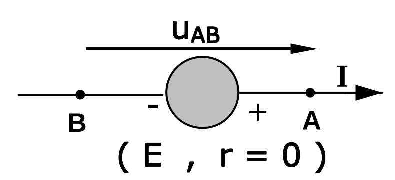
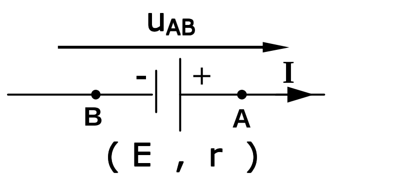
1 ـ 6 ـ قانون اوم بين طرفي مولد التوتر :

ملاحظة : يجب التفريق بين مولد التوتر و مولد التيار .

مولد التوتر : تبقى E ثابتة مهما كانت الدارة .

مولد للتيار : تبقى I ثابتة مهما كانت الدارة

مثال : الدينامو .

	
$U_{AB} = E$ مـولد مثالي	$U_{AB} = E - r\,I$ مـولد

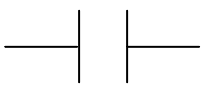
2 ـ المكثفات و ثنائي القطب RC :

2 ـ 1 ـ خصائص المكثفة :

2 ـ 1 ـ 1 ـ وصف المكثفة :

تتكون المكثفة من صفيحتين ناقلتين تفصل بينهما مادة عازلة للكهرباء (الهواء ، خزف ، ميكا ، ورق ، شمع ، .....)

تدعى كل صفيحة لبوس المكثفة ويرمز لها بالرمز :

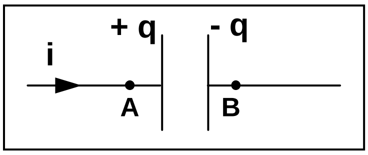


2 ـ 1 ـ 2 ـ العلاقة بين شحنة مكثفة q و شدة التيار i :

الأستاذ : د. بلـــخير

شدة التيار الكهربائي هي كمية الكهرباء Δq التي تجتاز ناقل خلال مجال زمني Δt تعطى بالعلاقة : $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$

Δq : كمية الكهرباء (كولوم C) . I : شدة التيار الكهربائي (امبير A) . Δt : المدة الزمنية (ثانية S) .



لما $\Delta t \rightarrow 0$ نكتب $i = \dfrac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i\,dt$

ملاحظات :

1 ـ نرمز للمقادير اللحضية (المقادير التي تتغير بتغير الزمن) بالرموز الصغيرة (q , u , i) ، ونرمز لقيمها العظمى بالرموز الكبيرة (Q , U , I) أو (Q_0 , U_0 , I_0) .

2 ـ $q_A = q_B = q$.

3 ـ اذاكان $i \rangle 0$ فان شحنة المكثفة q تتزايد (شحن المكثفة) .

4 ـ اذاكان $i \langle 0$ فان شحنة المكثفة q تتناقص (تفريغ المكثفة) .

2 ـ 1 ـ 3 ـ سعة المكثفة :

$C = \dfrac{q}{u_c}$ q : شحنة المكثفة (C) . u_C : التوتر بين طرفي المكثفة (V) .

C : سعة المكثفة (فاراد F)

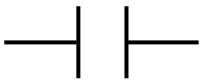
أجزاء الفاراد وهي :

الميكروفاراد (μF) : $1\,\mu F = 10^{-6}\,F$. النانوفاراد (ηF) : $1\eta F = 10^{-9}\,F$

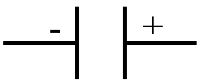
البيكو فاراد (Pf) : $1pF = 10^{-12}\,F$.

2 ـ 1 ـ 4 ـ أنواع المكثفات :

أ ـ المكثفة المستوية (غير مستقطبة) : ليس لها أقطاب

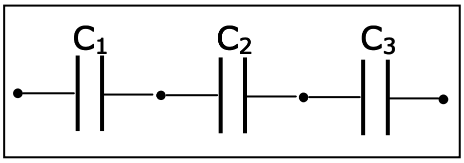


ب ـ المكثفات الالكتروكيميائية (مستقطبة) : لها أقطاب

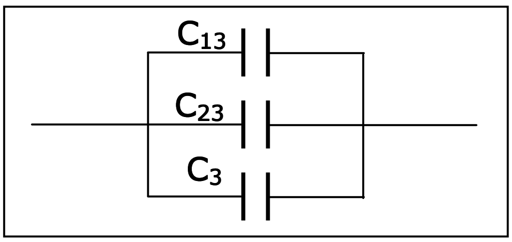


2 ـ 1 ـ 5 ـ ربط المكثفات :

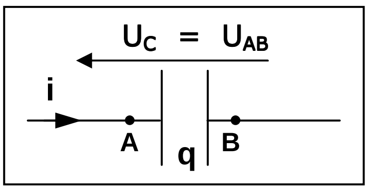
أ ـ الربط على التسلسل : $\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_3}$



ب ـ الربط على التفرع : $C = C_1 + C_2 + C_3$



2 ـ 1 ـ 6 ـ العلاقة بين شدة التيار و التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة :



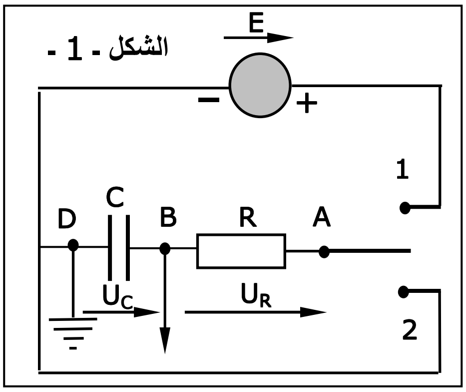
لدينا : $q(t) = C \cdot U_C(t)$ ، $i(t) = \dfrac{dq}{dt}$

$$\Rightarrow \quad i(t) = \frac{d\,[\,C \cdot U_C(t)\,]}{dt} \quad \Rightarrow \quad i(t) = C \cdot \frac{d\,U_C(t)}{dt}$$

الأستاذ : د . بلـــخير

2 ـ 2 ـ الدراسة النظرية :

2 ـ 2 ـ 1 ـ المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة :



ملاحظة : راسم الاهتزاز المهبطي يقرأ U_{BD} .

أ ـ خلال الشحن (القاطعة في الوضع 1) :

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \Leftrightarrow E = Ri + U_C \Leftrightarrow E = RC\frac{dU_C}{dt} + U_C \Rightarrow$$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC}U_C - \frac{E}{RC} = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$U_C = E\,(\,1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\,) \Leftrightarrow \quad U_C = E\,(\,1 - e^{-\frac{t}{RC}}\,)$$

* عبارة شدة التيار :

$$i\,(\,t\,) = C\,.\frac{d\,U_C\,(\,t\,)}{dt} \Rightarrow \quad i\,(t\,) = \frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Leftrightarrow \quad i\,(\,t\,) = I_0\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

* ثابت الزمن τ للدارة RC : $\tau = R\,C$

* ثابت الزمن τ : * هو الزمن اللازم لشحن المكثفة ب *63%* من شحنتها الأعظمية أو

* هو الزمن اللازم لتفريغ المكثفة ب *63%* من شحنتها الأعظمية.

* تأثير المقاومة R وسعة المكثفة C على ثابت الزمن τ :

* يزداد ثابت الزمن τ بزيادة قيمة المقاومة التي تشحن عبرها المكثفة أو بزيادة قيمة سعة المكثفة .

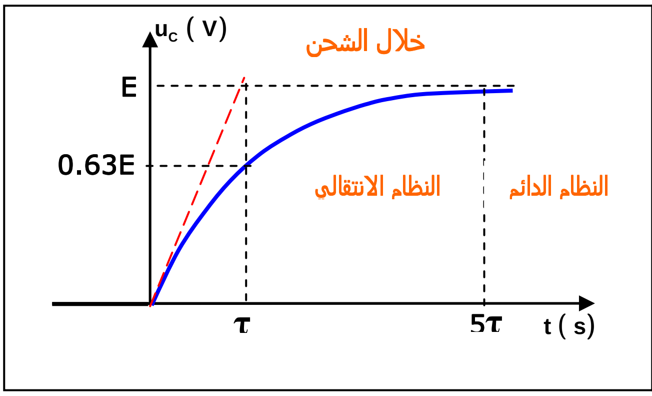
حالات خاصة :

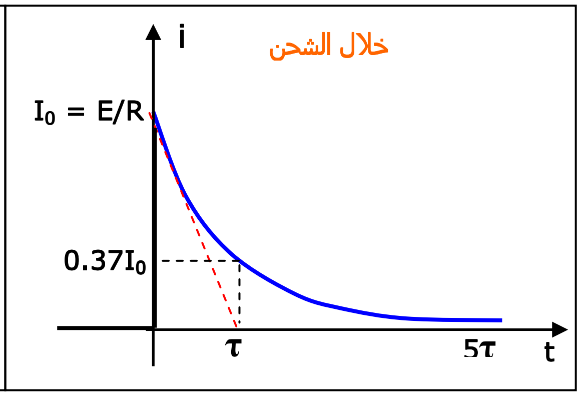
* لما ($U_C = 0.63\,E$ $\Rightarrow$ $t = \tau$) أي تكون المكثفة قد شحنت ب 63 % من شحنتها الأعظمية .

* لما ($U_C = 0.99\,E$ $\Rightarrow$ $t = 5\tau$) أي تكون المكثفة قد شحنت ب 99 % من شحنتها الأعظمية .

* لما $t = \tau$ نجد $i\,(\,\tau\,) = 0.37\,I_0$ أي تبقى لشحنها 37 % من شحنتها الأعظمية .

* لما $t = 5\tau$ تكون شدة التيار معدومة تقريبا .





ب ـ خلال التفريغ (القاطعة في الوضع 2) :

حسب قانون التوترات :

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \Leftrightarrow \quad 0 = Ri + U_C \Leftrightarrow \quad 0 = RC\frac{dU_C}{dt} + U_C \quad \Rightarrow \quad \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC}U_C = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$U_C = E\,e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Leftrightarrow \quad U_C = E\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

- **عبارة شدة التيار :**

$$i(t) = C.\frac{dU_C(t)}{dt} \Rightarrow \boxed{i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow i(t) = -I_0\, e^{-\frac{t}{RC}}}$$

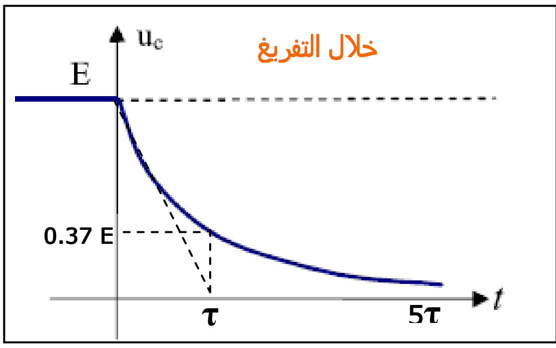
حالات خاصة :

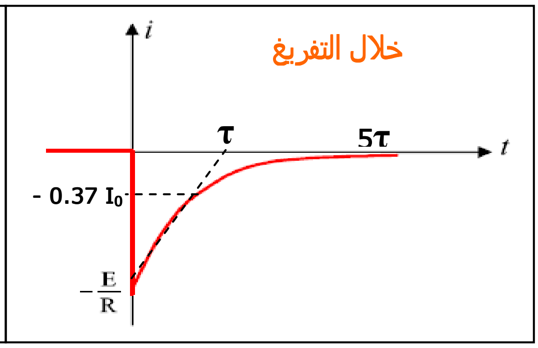
* لما $(U_C = 0.37E \Rightarrow t = \tau)$ أي تبقى في المكثفة شحنة قدرها $37\ \%$ من شحنتها الأصلية .

* لما $(U_C = 0.99E \Rightarrow t = 5\tau)$ أي تكون المكثفة قد تفرغت ب $99\ \%$ من شحنتها الأصلية .

* لما $t = \tau$ نجد $i(\tau) = -0.37I_0$ أي تبقى في المكثفة شحنة قدرها $37\ \%$ من شحنتها الأصلية .

* لما $t = 5\tau$ تكون شدة التيار معدومة تقريبا .





2 ـ 2 ـ 2 ـ المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الاومي :

أ ـ خلال الشحن : حسب قانون التوترات :

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \Leftrightarrow E = u_R + U_C$$

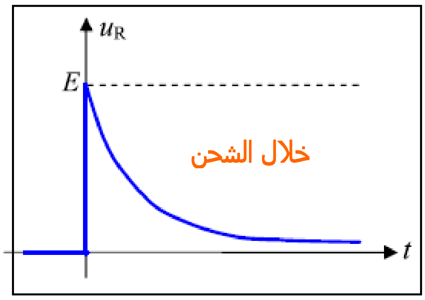
$$U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow E = U_R + \frac{q}{C} \quad .... (1)$$

نشتق طرفي المعادلة (1) بالنسبة للزمن فنجد :

$$0 = \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} \quad .... (2)$$

لدينا :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{U_R}{R} \quad .... (3)$$

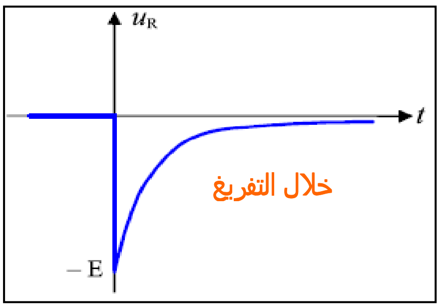


نعوض (3) في (2) فنجد :

$$\boxed{\frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{RC}U_R = 0}$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$\boxed{U_R = E\,e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow U_R = E\,e^{-\frac{t}{RC}}}$$



طريقة ثانية :

$$U_R = R\,i = R\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \boxed{U_R = E\,e^{-\frac{t}{RC}}}$$

ب ـ خلال التفريغ : نفس الطريقة نجد :

$$\boxed{\frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{RC}U_R = 0}$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$\boxed{U_R = -E\,e^{-\frac{t}{RC}}}$$

طريقة ثانية :

$$U_R = R\,i = R\left(-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\right) \Rightarrow \boxed{U_R = -E\,e^{-\frac{t}{RC}}}$$

2 ـ 2 ـ 3 ـ المعادلة التفاضلية لتطور الشحنة على لبوسي المكثفة :

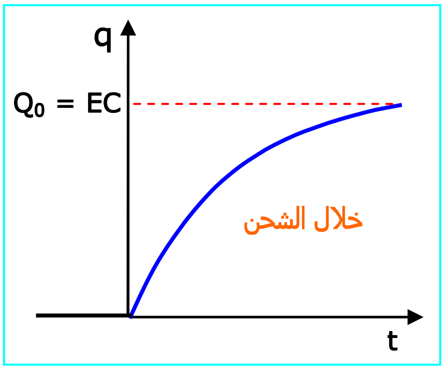
أ ـ خلال الشحن : لدينا :

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \Leftrightarrow \quad E = Ri + U_C \qquad i = \frac{dq}{dt} \qquad U_C = \frac{q}{C}$$

منه
$$E = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \quad \Rightarrow \quad \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q - \frac{E}{R} = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل :

$$q = E\,C\,(\,1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\,) \quad \Leftrightarrow \quad q = Q_0\,(\,1 - e^{-\frac{t}{RC}}\,)$$



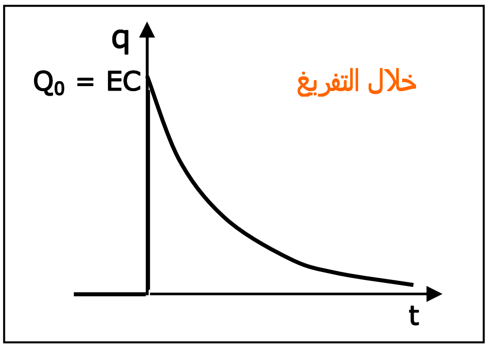
ب ـ خلال التفريغ : لدينا

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} \Leftrightarrow \quad 0 = Ri + U_C \quad ، \quad i = \frac{dq}{dt} \quad ، \quad U_C = \frac{q}{C}$$

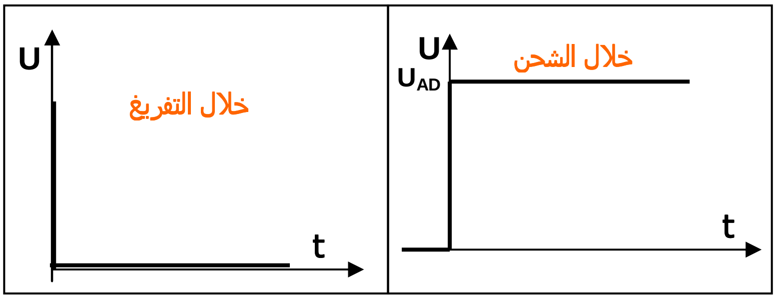
ومنه
$$0 = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \quad \Rightarrow \quad \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل :

$$q = E\,C\,e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Leftrightarrow q = Q_0 \quad e^{-\frac{t}{RC}}$$



2 ـ 2 ـ 4 ـ تطور التوتر الكهربائي بين طرفي الدارة $U = U_{AD}$:



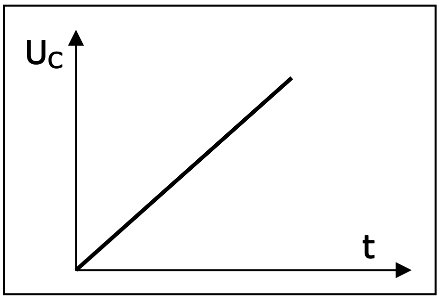
2 ـ 2 ـ 5 ـ تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة :

باستعمال مولد للتيار (I = cst) :

البيان خط مستقيم معادلته من الشكل $U_C = a\,t$ .... ①

لدينا نظريا $U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow U_C = \frac{I}{C}\,t$ ..... ②

بمطابقة العلاقتين ① و ② نجد : $a = \frac{I}{C} \Rightarrow \quad C = \frac{I}{a}$ a: ميل البيان



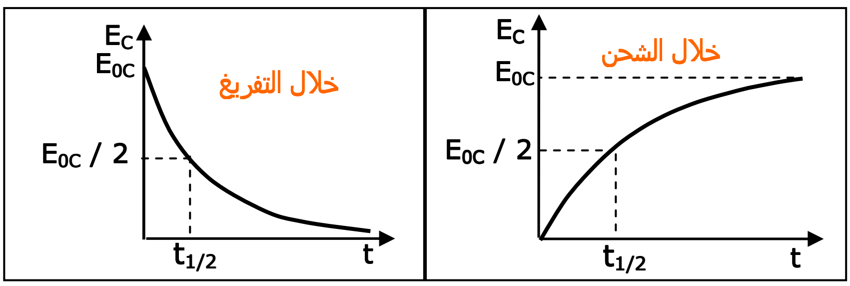
3 ـ الطاقة المخزنة في المكثفة :

$$E_C = \frac{1}{2}\,q\,U_C \qquad \text{أو} \qquad E_C = \frac{1}{2}\,C\,U_C^{\,2} \qquad \text{أو} \qquad E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

4 ـ زمن تناقص طاقة المكثفة الى النصف ($t_{1/2}$) :

يعطى بالعلاقة الاتية :

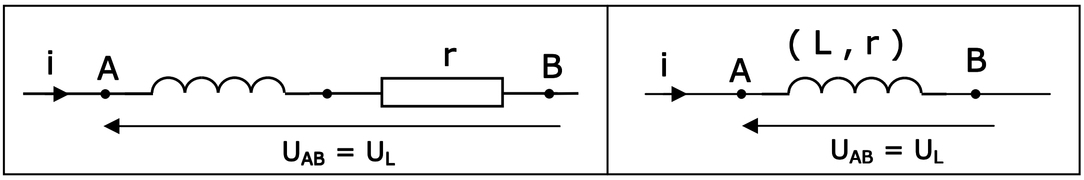
$$t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\,\ln\,2$$



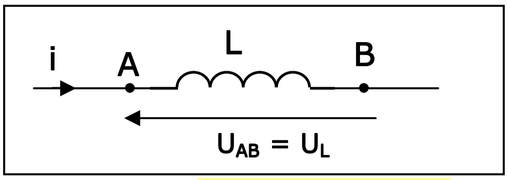
5 ـ الوشائع و ثنائي القطب RL :

5 ـ 1 ـ تعريف الوشيعة :

تتكون الوشيعة من سلك ناقل طويل جدا من النحاس معزول بطبقة من الورنيش ملفوف بشكل حلقات و تمتاز بذاتية (L) تقدر بالهنري (H) و مقاومة داخلية (r) تقدر بالأوم (Ω) وتمثل كمايلي :



ملاحظة : اذاكانت الوشيعة صافية (r = 0) فتمثل كما يلي :



5 ـ 2 ـ العلاقة بين شدة التيار و التوتر بين طرفي الوشيعة :

$$U_L = L\frac{di}{dt} + r\,i$$

ملاحظة :

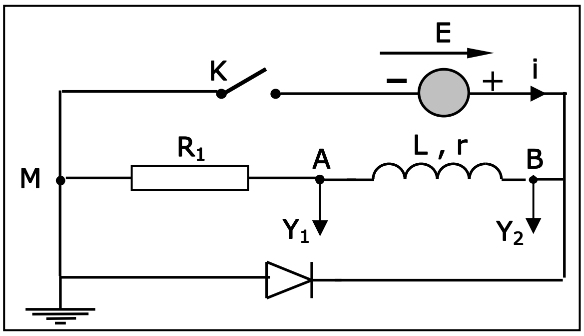
أ ـ حالة تيار ثابت الشدة : الوشيعة تتصرف كناقل اومي :

$$\frac{di}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad U_L = r\,i$$

ب ـ حالة وشيعة صرفة :

$$r = 0 \quad \Rightarrow \quad U_L = L\frac{di}{dt}$$

5 ـ 3 ـ تصرف الوشيعة في جزء من دارة كهربائية :



* تمانع الوشيعة لوقت قصير تغير التيار في الدارة (نظام انتقالي)
* تتصرف الوشيعة كناقل أومي عندما يجتازها تيار ثابت الشدة (نظام دائم).

* ثابت الزمن للدارة RL : $\tau = \frac{L}{R} = \frac{L}{R_1 + r}$

5 ـ 4 ـ الدراسة الكمية :

5 ـ 4 ـ 1 ـ المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي:

أ ـ عند غلق القاطعة :

$$U_{BM} = U_{BA} + U_{AM} \Leftrightarrow E = L\frac{di}{dt} + r\,i + R_1\,i$$

نضع $R = R_1 + r$ ومنه نكتب

$$E = L\frac{di}{dt} + Ri \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i - \frac{E}{L} = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = I_0\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

ب ـ عند فتح القاطعة :

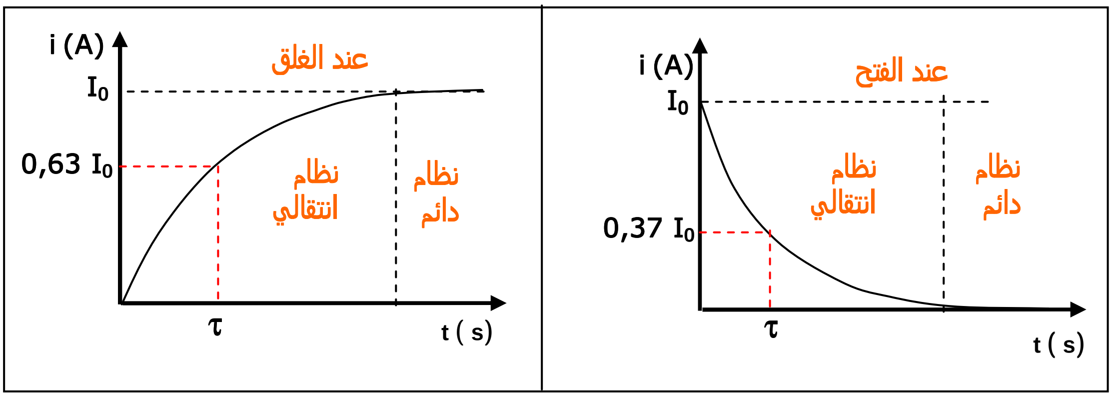
$$0 = U_{BA} + U_{AM} \Leftrightarrow 0 = L\frac{di}{dt} + r\,i + R_1\,i$$

نضع $R = R_1 + r$ ومنه نكتب

$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$$i = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0\,e^{-\frac{Rt}{L}}$$



* ان شدة التيار الكهربائي تمر بمرحلتين :

1 ـ مرحلة انتقالية: يتطور فيها التيار حتى يبلغ قيمة حدية أو ينعدم .

2 ـ مرحلة دائمة : يتوقف فيها التيار أو يبلغ فيها قيمة عظمى .

5 ـ 4 ـ 2 ـ عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة (U_L):

أ ـ عند غلق القاطعة :

لدينا $U_L = r\,i + L\frac{di}{dt}$ ، $i = \frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، $\frac{di}{dt} = \frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}$

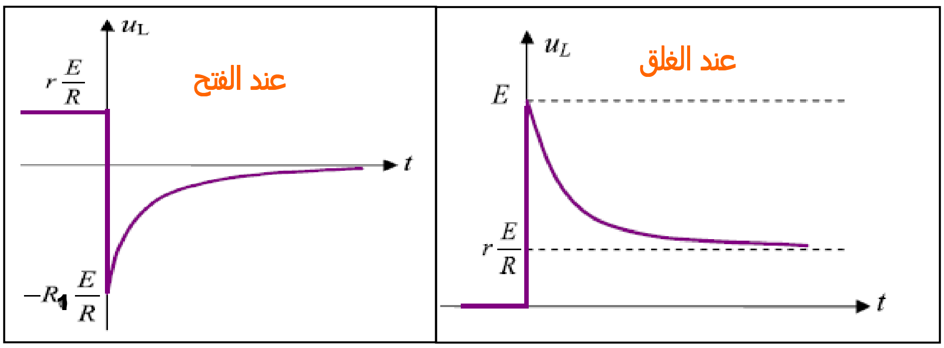
ومنه $U_L = r\frac{E}{R} - r\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} + E\,e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow U_L = r\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + E\frac{L}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\boxed{U_L = r\frac{E}{R} + E\,e^{-\frac{t}{\tau}}\left(1-\frac{r}{R}\right)}$$

ب ـ عند فتح القاطعة :

لدينا $U_L = r\,i + L\frac{di}{dt}$ ، $i = \frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ ، $\frac{di}{dt} = -\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\boxed{U_L = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{r}{R}-1\right)} \Leftrightarrow U_L = E\frac{r}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} - L\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}$$



5 ـ 4 ـ 3 ـ المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي الناقل الاومي (U_R) :

أ ـ عند غلق القاطعة : $i = \frac{U_R}{R_1}$ ، $E = L\frac{di}{dt} + r\,i + U_R \Leftrightarrow U_{BM} = U_{BA} + U_{AM}$

$$\frac{L}{R_1}\frac{d\,U_R}{dt} + r\frac{U_R}{R_1} + U_R = E \Leftrightarrow L\frac{d\left(\frac{U_R}{R_1}\right)}{dt} + r\frac{U_R}{R_1} + U_R = E$$

$$\boxed{\frac{dU_R}{dt} + \left(1+\frac{r}{R_1}\right)\frac{R_1}{L}U_R - \frac{E\,R_1}{L} = 0}$$

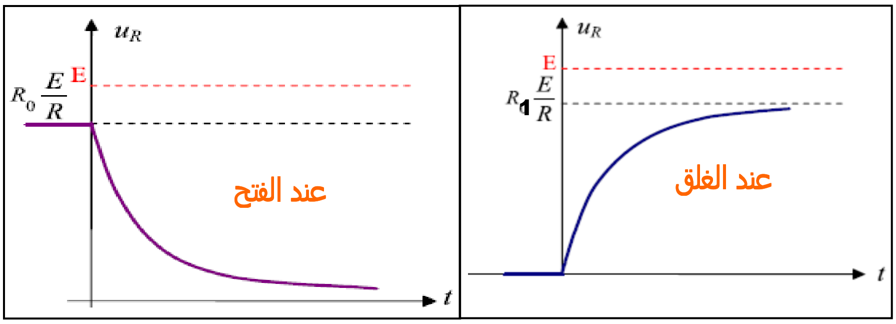
معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل $U_R = R_1\, i = R_1 \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

ب ـ عند فتح القاطعة : $i = \frac{U_R}{R_1}$ ، $U_{BM} = U_{BA} + U_{AM} \Leftrightarrow 0 = L\frac{di}{dt} + r\,i + U_R$

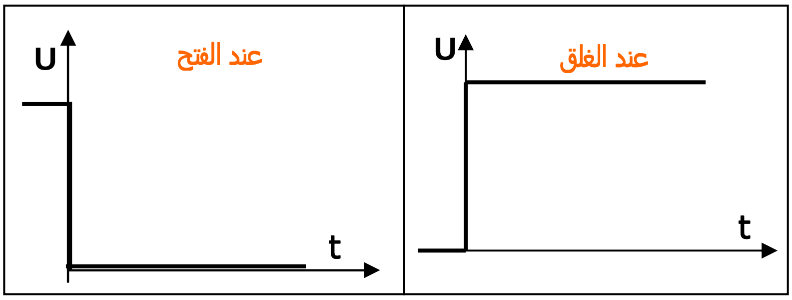
$$L\frac{d\left(\frac{U_R}{R_1}\right)}{dt} + r\frac{U_R}{R_1} + U_R = 0 \Leftrightarrow \frac{L}{R_1}\frac{d\,U_R}{dt} + r\frac{U_R}{R_1} + U_R = 0$$

$$\frac{dU_R}{dt} + \left(1 + \frac{r}{R_1}\right)\frac{R_1}{L}U_R = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل $U_R = R_1\, i = R_1 \frac{E}{R}\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

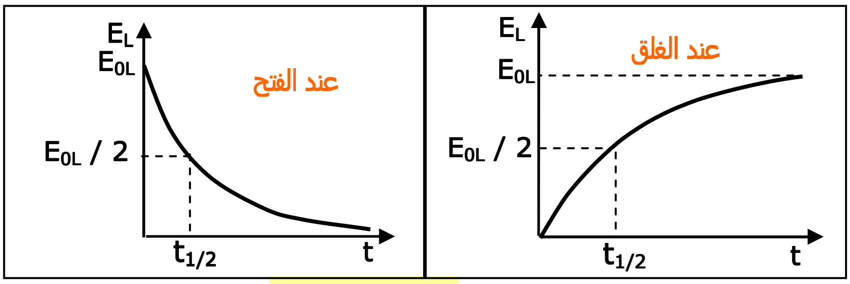


5 ـ 4 ـ 4 ـ التوتر بين طرفي الدارة ($U_{BM} = U$) :



6 ـ الطاقة المخزنة في الوشيعة :

الطاقة المخزنة في وشيعة ذاتيتها (L)
يجتازها تيار كهربائي (i) بين اللحظتين
0 و t تعطى بالعلاقة الآتية : $E_L = \frac{1}{2} L\, i^2$



7 ـ زمن تناقص طاقة الوشيعة الى النصف ($t_{1/2}$) :

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{\tau}{2}\ln 2$$

ملاحظات هامة :

1 ـ نقطة تقاطع المماس عند $t = 0$ مع محور الفواصل في البيانات
$q = f(t)\,,\quad i = f(t),\ U_R = f(t),\ U_c = f(t),\ U_L = f(t)$ يمثل $t = \tau$.

2 ـ نقطة تقاطع المماس عند $t = 0$ مع محور الفواصل في البيانين $E_C = f(t)\ ,\ E_L = f(t)$ يمثل $t = \frac{\tau}{2}$.

3 ـ $t_{\frac{1}{2}}$ (المكثفة او الوشيعة) $\neq t_{\frac{1}{2}}$ (الطاقة)