الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي — **ثانويات: بوشوشة –عبد العزيز الشريف**

امتحان البكالوريا التجريبي — **هالي عبد الكريم- الاخوين كـيرد ولاية الوادي**

الشعبة: **العلوم التجريبية** — **دورة:مـــاي2010**

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة:3ساعات ونصف**

على المتر شح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقط)

(u_n) متتالية عددية حيث : $u_0 = \frac{3}{2}$ ومن اجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_{n+1} = \frac{2}{3 - u_n}$

1)برهن بالتراجع ان: $1 \le u_n \le \frac{3}{2}$ من اجل كل $n \in \mathbb{N}$

2)برهن ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما ، استنتج أنها متقاربة

3) نضع $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 2}$ من اجل كل $n \in \mathbb{N}$

أ – اثبت ان المتتالية (v_n) هندسية ، حدّد اساسها و حدّها الأول

ب- اكتب v_n بدلالة n ، واثبت ان $u_n = \frac{2 + 2^n}{1 + 2^n}$ واحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

4) نضع $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ من اجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، احسب S_n بدلالة n

التمرين الثاني (4 نقط)

نضع من اجل كل عدد مركب z: $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

1) أ- احسب $P(-1)$

ب- عيّن العددين الحقيقيين a ، b بحيث : $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$ ثمّ حل المعادلة $P(z) = 0$.

2) في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومنجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

أ)أنشئ النقط A, B, C, G التي لواحقها على الترتيب: $z_G = 3$، $z_C = 2 - i\sqrt{3}$، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_A = -1$

ب- احسب المسافات AB،AC،CB واستنتج طبيعة المثلث ABC

جـ - عيّن عمدة للعدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ واستنتج طبيعة المثلث GAC

3) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}).\overrightarrow{CG} = 12$ .... (1)

أ- اثبت ان G مرجح الجملة $\{(A;-1),(B,2),(C,2)\}$

ب- برهن ان العلاقة (1) تكافئ العلاقة $\overrightarrow{GM}.\overrightarrow{GC}=4$ ، ثم اكتب معادلة ديكارتية للمجموعة (E)

التمرين الثالث (4 نقط)

في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر المستقيم (d) المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x = 2-\frac{1}{2}t \\ y = 2 \\ z = 5-\frac{3}{2}t \end{cases}$ حيث $(t\in\mathbb{R})$

نسمي A النقطة التي إحداثياتها $(2;-1;1)$ ، B النقطة التي إحداثياتها $(4;-2;2)$ و C النقطة من (d) ذات الفاصلة 1

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل:

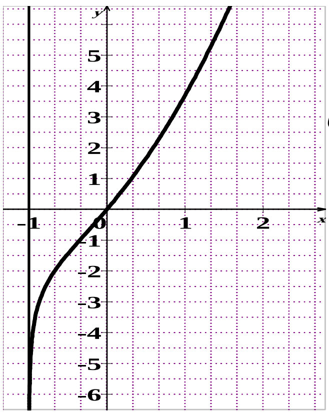
1) المستقيم (d) يوازي المحور $(O;\vec{j})$.

2) المستوي (P) الذي معادلته : $x+3z-5=0$ يمرّ بالنقطة A وعمودي على (d).

3) قيس الزاوية الهندسية $\widehat{BAC}$ هو $\frac{\pi}{3}rad$.

4) المستقيم (d) يقطع سطح الكرة (S) التي مركزها C ونصف قطرها 10 في نقطتين متمايزتين.

التمرين الرابع (8 نقط)



I- نعتبر الدالة العددية g والمعرفة على $]-1.+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$.

(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مبين في الشكل

1) احسب نهايات g عند حدود مجال تعريفها.

2) بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه تغيرات g شكّل جدول تغيراتها. وحدد اشارتها

II- نعتبر الدالة العددية f والمعرفة على $]-1.+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1-أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الأولى بيانيا.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1.+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

جـ) حدّد إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات f.

2-أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) تحقق أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين أحدهما α من المجال $]-0,6;-0.5[$ والثاني β من المجال $]1,3;1,4[$.

جـ) أنشئ المنحنى (C_f)

3-أ) احسب $A(\beta)$ مساحة الحيّز المستوي والمحدّد بـ (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذوي المعادلتين $x=\beta$ و $x=0$

ب) أثبت أن : $A(\beta)=\frac{(\beta^2-1)^2}{2}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $A(\beta)$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4 نقط)

$(O, \vec{i}, \vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي ، لتكن الدالة f المعرّفة على $]-\infty, 6[$ بـ : $f(x) = \dfrac{9}{6-x}$

ولتكن (u_n) متتالية عددية حيث ، $u_0 = -3$ و من اجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = f(u_n)$

1) انشئ جدول تغيرات الدالة f

2) برهن انه اذا كان $x \prec 3$ فإن $f(x) \prec 3$

3) برهن بالتراجع ان: $u_n \prec 3$ من اجل كل $n \in \mathbb{N}$

4) ما هو اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، استنتج انها متقاربة

5) لتكن المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 3}$ من اجل كل $n \in \mathbb{N}$

أ - اثبت ان (v_n) حسابية ،اساسها $-\dfrac{1}{3}$ حدّد حدّها ألأول

ب- اكتب v_n و u_n بدلالة n ، واحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

التمرين الثاني (4 نقط)

$(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس للفضاء ، لتكن النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ ، $C(-1;1;1)$

1) بيّن ان النقط A ، B ، C تعيّن مستويا

2) تحقق من ان الشعاع $\vec{n}(3;4;-2)$ عمودي على كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3) ليكن (P_1) المستوي الذي معادلته $2x + y + 2z + 1 = 0$

وليكن (P_2) المستوي الذي معادلته $x - 2y + 6z = 0$

أ- بيّن ان تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) هو مستقيم (d) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له

ب- هل المستقيم (d) والمستوي (ABC) متقاطعان او متوازيان – علّل جوابك

4) لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها C ونصف قطرها 1.

عين مجموعة النقط المشتركة بين (S) و (P_1).واعط عناصرها المميزة

التمرين الثالث (4 نقط)

1- أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $z^2 - 2z + 2 = 0$.

ب) استنتج حلول المعادلة : $(-iz + 3i + 3)^2 - 2(-iz + 3i + 3) + 2 = 0$

2- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C صور الاعداد المركبة : $z_A = 1 + i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 2z_B$.

أ) برهن أن النقط A، B و C تنتمي إلى دائرة واحدة مركزها النقطة ω ذات اللاحقة $z_\omega = 3$.

ب) اكتب على الشكل الأسى العدد المركب $\dfrac{z_C - z_\omega}{z_A - z_\omega}$

استنتج أن النقطة C هي صورة النقطة A بتحويل نقطي R يطلب تعيينه بدقة مع ذكر العناصر المميزة له.

جـ) لتكن D صورة النقطة O بالانسحاب الذي شعاعه $2\overrightarrow{\omega C}$.

والتكن 'B صورة النقطة B بالتحويل R.

عين لاحقتي النقطتين D ، 'B ، ثم تحقق أن الشعاعين $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{\omega B'}$ متعامدان.

<u>التمرين الرابع</u> (8 نقط)

I- لتكن الدالة العدديّة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2e^x - x - 2$.

1) ادرس تغيّرات الدالة g.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا α في المجال $]-1,6;-1,5[$.

3) احسب $g(0)$ ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$.

II- لتكن الدالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{2x} - (x+1).e^x$.

نسمّي (C) منحنيها في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$، حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 5cm$.

1) ا- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجة الأولى بيانيّا .

بـ- تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^x.g(x)$.

جـ- ادرس إشارة $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات f.

د- بيّن أنّ $f(\alpha) = -\left(\dfrac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}\right)$ ، ثمّ استنتج حصراً لِـ $f(\alpha)$.

2) ا- أنشئ المنحني (C) على المجال $]-\infty,+1]$ في المعلم المذكور أعلاه .

بـ- باستعمال المكاملة بالتجزئة، أثبت أنّ : $\int_{\lambda}^{0} (x+1)e^x dx = -\lambda e^{\lambda}$ ؛ حيث λ عدد حقيقي سالب.

جـ- استنتج حساب $A(\lambda)$: مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C) و بمحور الفواصل

و بالمستقيميْن ذويْ المعادلتيْن $x = o$ و $x = \lambda$.

د- احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$.