

التحضير المتواصل لباكوريا 2010

الموضوع : الدالة اللوغاريتمية

تمرين 01 :

(I) بسط العبارات التالية :

$$B = e^{\frac{1}{2}\ln 16} \quad , \quad A = e^{\ln 2} + e^{\ln 3}$$

$$D = e^{-\ln \frac{3}{2}} + e^{\ln \frac{1}{3}} \quad , \quad C = \ln e^{-3} + e^{\ln 5}$$

(II) بين صحة المساواة في كل حالة :

$$e^{\ln x} - \ln(2e^x) - \ln \frac{1}{2} = 0 \quad (1)$$

$$e^{\ln x} - \ln(2e^x) - \ln \frac{1}{2} = 0 \quad (2)$$

$$\ln(e^x + 1) - \ln(e^{-x} + 1) = x \quad (3)$$

$$e^{\ln(x+1) - \ln x} = 1 + \frac{1}{x} \quad (4)$$

تمرين 02 :

حل على المجال المعطى المعادلات التالية :

$$I = \left] \frac{1}{2}, 2 \right[\quad , \quad 2 \ln(2x - 1) - \ln x - \ln(2 - x) = 0 \quad (1)$$

$$\ln(4x - 10) + \ln(2x - 2)^2 - 2 \ln(4x - 4) = 0 \quad (2)$$

$$I = \left] \frac{5}{2}, +\infty \right[$$

$$I =]0, +\infty[\quad , \quad (\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0 \quad (3)$$

$$I = \mathbb{R} \quad , \quad e^{2x + \ln 2} + e^{x + \ln 5} = 3 \quad (4)$$

تمرين 03 :

(1) حل على \mathbb{R} المعادلة : $x^2 + 3x - 28 = 0$

(2) استنتج حلول كل معادلة من المعادلات التالية على المجال المعطى .

$$I =]1; +\infty[\quad , \quad \ln(x - 1) + \ln(x + 4) = 3 \ln 2 + \ln 3 \quad \blacksquare$$

$$I =]0; +\infty[\quad (\ln x)^2 + 3(\ln x) - 28 = 0 \quad \blacksquare$$

$$I = \mathbb{R} \quad e^{2x} + 3e^x - 28 = 0 \quad \blacksquare$$

$$I = \mathbb{R} \quad e^x + 3 = 28e^{-x} \quad \blacksquare$$

$$I = \mathbb{R} \quad 9^x + 3^{x+1} - 28 = 0 \quad \blacksquare$$

تمرين 04 :

على المجال المعطى المتراجحات :

$$I =]1; +\infty[\quad , \quad \ln x + \ln(x - 1) > \ln 6 \quad (1)$$

$$I =]1; +\infty[\quad , \quad \frac{\ln(x-1)}{\ln(x+3)} < 0 \quad (2)$$

$$I =]0; +\infty[\quad , \quad (\ln x)^2 - 8 \ln x + 7 > 0 \quad (3)$$

التمرين 05 :

أحسب $f'(x)$ في الحالات التالية :

$$f(x) = \ln|2x + 1| \quad ; \quad f(x) = 2x + \ln(x^2 + 1)$$

$$f(x) = x^2 - x + \ln|x| \quad ; \quad f(x) = (x - 1)\ln x$$

$$f(x) = \frac{x}{1 - \ln x} \quad ; \quad f(x) = -x + \frac{\ln x}{x}$$

$$f(x) = -x + \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) \quad ; \quad f(x) = \ln|e^{2x} - 1|$$

$$f(x) = (\ln x)^2 + 2 \ln x - 1$$

التمرين 06 :

أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .

$$D =]0, +\infty[\quad ; \quad f(x) = \frac{1}{x} + \ln x \quad (1)$$

$$D =]0, +\infty[\quad ; \quad f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x} + \frac{\ln x}{x} \quad (2)$$

$$D =]0, +\infty[\quad ; \quad f(x) = x^2 - 1 - \ln x \quad (3)$$

$$D =]0, +\infty[\quad ; \quad f(x) = x^2 - 1 - x^2 \ln x \quad (4)$$

$$D = \mathbb{R} - \{0\} \quad ; \quad f(x) = 2x + 1 - \ln|x| \quad (5)$$

$$D =]1, 2[\quad ; \quad f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{2-x}\right) \quad (6)$$

$$D =]-\infty, +\infty[\quad ; \quad f(x) = x^2 - 1 - e^x \quad (7)$$

$$D = \mathbb{R} \quad ; \quad f(x) = x + 3 + e^{2x} - e^x \quad (8)$$

$$D = \mathbb{R} \quad ; \quad f(x) = (x^2 - x + 1)e^x \quad (9)$$

$$D =]0, +\infty[\quad ; \quad f(x) = (x - 1)\ln x \quad (10)$$

$$D =]0, e[\cup]e, +\infty[\quad ; \quad f(x) = \frac{x-1}{1-\ln x} \quad (11)$$

$$D = \mathbb{R} \quad ; \quad f(x) = \frac{5x-2}{e^x+2} \quad (12)$$

التمرين 07 :

أحسب النهاية عند العدد المعطى :

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{2x} \quad \text{عند } "0" \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{1}{x}(e^{3x} - 1) \quad \text{عند } "0" \text{ و عند } "+\infty" \quad (2)$$

$$f(x) = x(e^{\frac{1}{x}} - 1) \quad \text{عند } "-\infty" \text{ و عند } "+\infty" \quad (3)$$

$$f(x) = x \ln\left(\frac{1}{x} + 1\right) \quad \text{عند } "+\infty" \quad (4)$$

$$f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^x) = \quad \text{عند } "-\infty" \text{ و عند } "+\infty" \quad (5)$$

مسألة 01 :

الجزء الأول :

g دالة عددية معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ :

$$g(x) = x^2 + 2x + \ln(x + 1)$$

$$(1) \quad \text{بين أن } g'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$$

(2) شكل جدول تغيرات الدالة g

(3) أحسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

الجزء الثاني :

f دالة عددية معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{(x+1)}$

(1) أ- أحسب النهايات .

ب- بين أن (f) يقبل مقاربا مائلا (Δ)

ج- أدرس وضعية (Δ) و (C_f)

(2) بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين أن (f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ عند نقطة فاصلتها

محاور 3.3 و 3.4

(4) أرسم (C_f) .

مسألة 02 :

I-1- حل على \mathbb{R} المعادلة :

$$2x^2 - 15x + 18 = 0$$

2- استنتج :

$$\text{أ- حلول المعادلة : } 2e^{2x} - 15e^x + 18 = 0$$

$$\text{ب- إشارة المقدار : } 2e^{2x} - 15e^x + 18$$

II- دالة عددية معرفة على $]\ln 3, +\infty[$ بـ :

$$f(x) = 2x - 2 + \frac{3}{e^x - 3}$$

1- أحسب النهايات ثم عين المقاربات .

2- أدرس الوضع النسبي بين C_f و المقارب المائل .

$$3- \text{بين أن } f'(x) = \frac{2e^{2x} - 15e^x + 18}{(e^x - 3)^2}$$

عماري

- استنتج من الجزء I إشارة $f'(x)$ ثم
شكل جدول التغيرات
4- أنشئ C_f

مسألة 03 :

- I- دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$:
 $g(x) = x^2 - 2x + \ln|x - 1|$
1- أدرس تغيرات g
2- أحسب $g(0)$ ، $g(2)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$
II- دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$:
 $f(x) = -x + \frac{\ln|x-1|}{x-1}$
1- أحسب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$
2- أحسب النهايات ثم شكل جدول التغيرات
3- عين المسبب تقمين المقاربين
4- عين نقطة تقاطع المقاربين ثم برهن أنها
مركز تناظر لـ C_f
5- أرسم C_f .

مسألة 04 :

- (دالة عددية معرفة على $[-2, +\infty[$:
 $g(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$
عين العدد a, b علما أن معامل
توجيه المماس عند النقطة $A(-1, 1)$ هو
 $(-e)$
I- نعتبر الدالة العددية f المعرفة
على $[-2, +\infty[$:
 $f(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$
1) أحسب النهايات ثم فسر هندسيا
2) أدرس التغيرات ثم شكل جدول التغيرات
3) بيّن أن C_f يقبل نقطة انعطاف I
4) أكتب معادلة المماس T لـ (C_f) عند I
5) أرسم T ثم C_f
II- دالة عددية معرفة على $[-2, +\infty[$:
 $h(x) = f(x^2)$

تعمل مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة h ثم
شكل جدول تغيراتها

مسألة 05 :

- 1) دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كمايلي :
 $g(x) = 2x + \ln x$

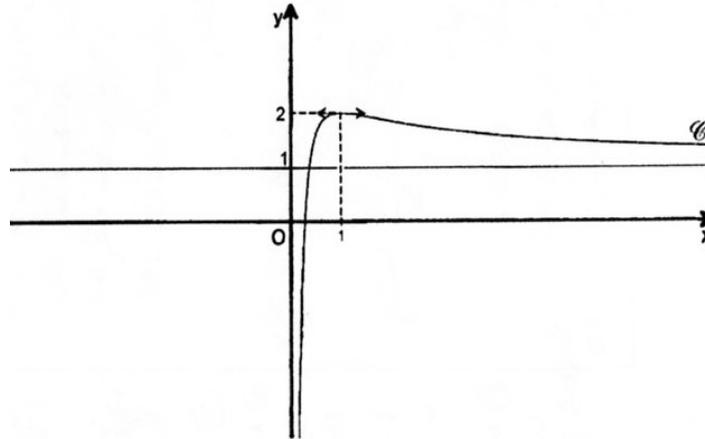
- أ- شكل جدول تغيرات الدالة g
ب- بين أن من أجل $x \in [1; +\infty[$ يكون $g(x) \neq 0$
2) دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كمايلي :

$$f(x) = \frac{6\ln x}{2x + \ln x}$$

- أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟
ب- شكل جدول تغيرات الدالة f
ت- عين قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x) = k$ حلين
متمايزين .
ث- عين معادلة المماس (Δ_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فصلتها
1 .
3) نعتبر الدالة h المعرفة على $[1; +\infty[$:
 $g(x) = f(e^x)$
أ- شكل جدول تغيرات الدالة h
ب- عين معادلة المماس (Δ_2) لـ (C_h) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .
ت- أرسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (C_f) ، (C_h) في نفس المعلم .

مسألة 06 :

I) المنحنى الآتي (C) يمثل دالة f معرفة على $]0, +\infty[$



المستقيمان $x = 0$ و $y = 1$ مقاربان لهذا المنحنى .

1) باسعمال المنحنى البياني عين :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) , \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

ب- جدول التغيرات .

2) نفرض أن عبارة $f(x)$ من الشكل : $f(x) = a + \frac{b}{x} + c \frac{\ln x}{x}$
حيث a, b, c أعداد حقيقية .

$$أ- بين أن من أجل $x > 0$: $f'(x) = -\frac{b}{x^2} + c \left(\frac{1 - \ln x}{x^2} \right)$$$

ب- بين بالرجوع إلى المنحنى أن a, b, c تحقق

$$\begin{cases} a = 1 \\ a + b = 2 \\ c - b = 0 \end{cases} \text{ الجملة :}$$

ج- استنتج عبارة $f(x)$
II) لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ :

$$g(x) = f(e^{-x})$$

1) بيّن أن : $g(x) = (1 - x)e^x + 1$

2) شكل جدول تغيرات الدالة g .

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1 < \alpha < \frac{3}{2}$

4) أرسم المنحنى C_g على المجال $]-\infty, 2]$ في معلم
متعامد و متجانس .

مسألة 07 :

I) دالة عددية معرفة على $]0, +\infty[$ بـ :

$$g(x) = \ln x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$$

1) أدرس تغيرات g

2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا

وحيدا α حيث $\alpha \in]0, +\infty[$

3) عين العدد الطبيعي n حيث

$$\frac{n}{10} < \alpha < \frac{n+1}{10}$$

4) عين إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على

$]0, +\infty[$ بـ :

$$f(x) = e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$$

C_f تمثيلها البياني حيث

$$\|\vec{i}\| = 4\text{cm} \text{ و } \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$$

1- أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) بيّن أن $f(x) = \frac{e^x}{x} (x \ln x + 1)$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

2- بيّن أن $f'(x) = e^x g(x)$

3- أنشئ جدول التغيرات لـ (f)

4- بيّن أن $f(\alpha) = \frac{(1-\alpha)e^\alpha}{\alpha^2}$ ثم عين حصر لـ $f(\alpha)$

5- أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) في النقطة

ذات الفاصلة (1) ثم أنشئ (T) و C_f .

عماري