

## التحضير المتواصل لباكوريا 2010

### الموضوع : الدالة اللوغاريتمية

#### تمرين 01 :

(I) بسط العبارات التالية :

$$B = e^{\frac{1}{2}\ln 16} \quad , \quad A = e^{\ln 2} + e^{\ln 3}$$

$$D = e^{-\ln \frac{3}{2}} + e^{\ln \frac{1}{3}} \quad , \quad C = \ln e^{-3} + e^{\ln 5}$$

(II) بين صحة المساواة في كل حالة :

$$e^{\ln x} - \ln(2e^x) - \ln \frac{1}{2} = 0 \quad (1)$$

$$e^{\ln x} - \ln(2e^x) - \ln \frac{1}{2} = 0 \quad (2)$$

$$\ln(e^x + 1) - \ln(e^{-x} + 1) = x \quad (3)$$

$$e^{\ln(x+1) - \ln x} = 1 + \frac{1}{x} \quad (4)$$

#### تمرين 02 :

حل على المجال المعطى المعادلات التالية :

$$I = \left] \frac{1}{2}, 2 \right[ \quad , \quad 2\ln(2x - 1) - \ln x - \ln(2 - x) = 0 \quad (1)$$

$$\ln(4x - 10) + \ln(2x - 2)^2 - 2\ln(4x - 4) = 0 \quad (2)$$

$$I = \left] \frac{5}{2}, +\infty \right[$$

$$I = ]0, +\infty[ \quad , \quad (\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0 \quad (3)$$

$$I = \mathbb{R} \quad , \quad e^{2x + \ln 2} + e^{x + \ln 5} = 3 \quad (4)$$

#### تمرين 03 :

(1) حل على  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $x^2 + 3x - 28 = 0$

(2) استنتج حلول كل معادلة من المعادلات التالية على المجال المعطى .

$$I = ]1; +\infty[ \quad , \quad \ln(x - 1) + \ln(x + 4) = 3\ln 2 + \ln 3 \quad \blacksquare$$

$$I = ]0; +\infty[ \quad (\ln x)^2 + 3(\ln x) - 28 = 0 \quad \blacksquare$$

$$I = \mathbb{R} \quad e^{2x} + 3e^x - 28 = 0 \quad \blacksquare$$

$$I = \mathbb{R} \quad e^x + 3 = 28e^{-x} \quad \blacksquare$$

$$I = \mathbb{R} \quad 9^x + 3^{x+1} - 28 = 0 \quad \blacksquare$$

#### تمرين 04 :

على المجال المعطى المتراجحات :

$$I = ]1; +\infty[ \quad , \quad \ln x + \ln(x - 1) > \ln 6 \quad (1)$$

$$I = ]1; +\infty[ \quad , \quad \frac{\ln(x-1)}{\ln(x+3)} < 0 \quad (2)$$

$$I = ]0; +\infty[ \quad , \quad (\ln x)^2 - 8\ln x + 7 > 0 \quad (3)$$

#### التمرين 05 :

أحسب  $f'(x)$  في الحالات التالية :

$$f(x) = \ln|2x + 1| \quad ; \quad f(x) = 2x + \ln(x^2 + 1)$$

$$f(x) = x^2 - x + \ln|x| \quad ; \quad f(x) = (x - 1)\ln x$$

$$f(x) = \frac{x}{1 - \ln x} \quad ; \quad f(x) = -x + \frac{\ln x}{x}$$

$$f(x) = -x + \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) \quad ; \quad f(x) = \ln|e^{2x} - 1|$$

$$f(x) = (\ln x)^2 + 2\ln x - 1$$

#### التمرين 06 :

أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف .

$$D = ]0, +\infty[ \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{x} + \ln x \quad (1)$$

$$D = ]0, +\infty[ \quad ; \quad f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x} + \frac{\ln x}{x} \quad (2)$$

$$D = ]0, +\infty[ \quad ; \quad f(x) = x^2 - 1 - \ln x \quad (3)$$

$$D = ]0, +\infty[ \quad ; \quad f(x) = x^2 - 1 - x^2 \ln x \quad (4)$$

$$D = \mathbb{R} - \{0\} \quad ; \quad f(x) = 2x + 1 - \ln|x| \quad (5)$$

$$D = ]1, 2[ \quad ; \quad f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{2-x}\right) \quad (6)$$

$$D = ]-\infty, +\infty[ \quad ; \quad f(x) = x^2 - 1 - e^x \quad (7)$$

$$D = \mathbb{R} \quad ; \quad f(x) = x + 3 + e^{2x} - e^x \quad (8)$$

$$D = \mathbb{R} \quad ; \quad f(x) = (x^2 - x + 1)e^x \quad (9)$$

$$D = ]0, +\infty[ \quad ; \quad f(x) = (x - 1)\ln x \quad (10)$$

$$D = ]0, e[ \cup ]e, +\infty[ \quad ; \quad f(x) = \frac{x-1}{1-\ln x} \quad (11)$$

$$D = \mathbb{R} \quad ; \quad f(x) = \frac{5x-2}{e^x+2} \quad (12)$$

#### التمرين 07 :

أحسب النهاية عند العدد المعطى :

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{2x} \quad \text{عند } "0" \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{1}{x}(e^{3x} - 1) \quad \text{عند } "0" \text{ و عند } "+\infty" \quad (2)$$

$$f(x) = x(e^{\frac{1}{x}} - 1) \quad \text{عند } "-\infty" \text{ و عند } "+\infty" \quad (3)$$

$$f(x) = x \ln\left(\frac{1}{x} + 1\right) \quad \text{عند } "+\infty" \quad (4)$$

$$f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^x) = \quad \text{عند } "-\infty" \text{ و عند } "+\infty" \quad (5)$$

#### مسألة 01 :

##### الجزء الأول :

$g$  دالة عددية معرفة على  $]-1; +\infty[$  بـ :

$$g(x) = x^2 + 2x + \ln(x + 1)$$

$$(1) \quad \text{بين أن } g'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$$

(2) شكل جدول تغيرات الدالة  $g$

(3) أحسب  $g(0)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$

##### الجزء الثاني :

$f$  دالة عددية معرفة على  $]-1; +\infty[$  بـ :  $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{(x+1)}$

(1) أ- أحسب النهايات .

ب- بين أن  $(f)$  يقبل مقاربا مائلا  $(\Delta)$

ج- أدرس وضعية  $(\Delta)$  و  $(C_f)$

(2) بين أن :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(3) بين أن  $(f)$  يقطع المستقيم ذو المعادلة  $y = 2$  عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3.3 و 3.4

(4) أرسم  $(C_f)$  .

#### مسألة 02 :

I-1- حل على  $\mathbb{R}$  المعادلة :

$$2x^2 - 15x + 18 = 0$$

2- استنتج :

$$\text{أ- حلول المعادلة : } 2e^{2x} - 15e^x + 18 = 0$$

$$\text{ب- إشارة المقدار : } 2e^{2x} - 15e^x + 18$$

II- دالة عددية معرفة على  $]\ln 3, +\infty[$  بـ :

$$f(x) = 2x - 2 + \frac{3}{e^x - 3}$$

1- أحسب النهايات ثم عين المقاربات .

2- أدرس الوضع النسبي بين  $C_f$  و المقارب المائل .

$$3- \text{ بين أن } f'(x) = \frac{2e^{2x} - 15e^x + 18}{(e^x - 3)^2}$$

## عماري

- استنتج من الجزء I إشارة  $f'(x)$  ثم  
شكل جدول التغيرات  
4- أنشئ  $C_f$

### مسألة 03 :

- I- دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  :  
 $g(x) = x^2 - 2x + \ln|x - 1|$   
1- أدرس تغيرات  $g$   
2- أحسب  $g(0)$  ،  $g(2)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$   
II- دالة معرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  :  
 $f(x) = -x + \frac{\ln|x-1|}{x-1}$   
1- أحسب  $f'(x)$  بدلالة  $g(x)$   
2- أحسب النهايات ثم شكل جدول التغيرات  
3- عين المسبب تقمين المقاربين  
4- عين نقطة تقاطع المقاربين ثم برهن أنها  
مركز تناظر لـ  $C_f$   
5- أرسم  $C_f$ .

### مسألة 04 :

- ( دالة عددية معرفة على  $[-2, +\infty[$  :  
 $g(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$   
عين العدد  $a, b$  علما أن معامل  
توجيه المماس عند النقطة  $A(-1, 1)$  هو  
 $(-e)$   
I- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة  
على  $[-2, +\infty[$  :  
 $f(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$   
1- أحسب النهايات ثم فسر هندسيا  
2- أدرس التغيرات ثم شكل جدول التغيرات  
3- بيّن أن  $C_f$  يقبل نقطة انعطاف  $I$   
4- أكتب معادلة المماس  $T$  لـ  $(C_f)$  عند  $I$   
5- أرسم  $T$  ثم  $C_f$   
II- دالة عددية معرفة على  $[-2, +\infty[$  :  
 $h(x) = f(x^2)$

تعمل مستتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة  $h$  ثم  
شكل جدول تغيراتها

### مسألة 05 :

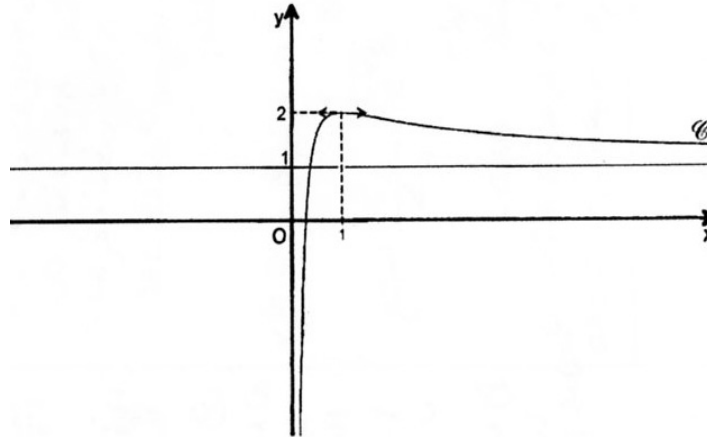
- 1 دالة معرفة على  $[1; +\infty[$  كمايلي :  
 $g(x) = 2x + \ln x$

- أ- شكل جدول تغيرات الدالة  $g$   
ب- بين ان من أجل  $x \in [1; +\infty[$  يكون  $g(x) \neq 0$   
2 دالة معرفة على  $[1; +\infty[$  كمايلي :  
 $f(x) = \frac{6\ln x}{2x + \ln x}$

- أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، ماذا تستنتج ؟  
ب- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$   
ت- عين قيم العدد الحقيقي  $k$  بحيث تقبل المعادلة  $f(x) = k$  حلين  
متمايزين .  
ث- عين معادلة المماس  $(\Delta_1)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها  
1 .  
3 نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $[1; +\infty[$  :  
 $g(x) = f(e^x)$   
أ- شكل جدول تغيرات الدالة  $h$   
ب- عين معادلة المماس  $(\Delta_2)$  لـ  $(C_h)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1 .  
ت- أرسم كلا من  $(\Delta_1)$  ،  $(\Delta_2)$  ،  $(C_f)$  ،  $(C_h)$  في نفس المعلم .

### مسألة 06 :

I المنحنى الآتي  $(C)$  يمثل دالة  $f$  معرفة على  $]0, +\infty[$



المستقيمان  $x = 0$  و  $y = 1$  مقاربان لهذا المنحنى .

- 1 باسعمال المنحنى البياني عين :  
أ-  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$   
ب- جدول التغيرات .

2 نفرض أن عبارة  $f(x)$  من الشكل :  $f(x) = a + \frac{b}{x} + c \frac{\ln x}{x}$   
حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية .

- أ- بين أن من أجل  $x > 0$  :  $f'(x) = -\frac{b}{x^2} + c \left( \frac{1 - \ln x}{x^2} \right)$

- ب- بين بالرجوع إلى المنحنى أن  $a, b, c$  تحقق  
الجملة :  $\begin{cases} a = 1 \\ a + b = 2 \\ c - b = 0 \end{cases}$   
ج- استنتج عبارة  $f(x)$   
II لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب :

- 1  $g(x) = f(e^{-x})$  بيّن أن :  $g(x) = (1 - x)e^x + 1$   
2 شكل جدول تغيرات الدالة  $g$  .  
3 بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1 < \alpha < \frac{3}{2}$   
4 أرسم المنحنى  $C_g$  على المجال  $]-\infty, 2]$  في معلم متعامد ومتجانس .

### مسألة 07 :

I دالة عددية معرفة على  $]0, +\infty[$  ب :

$$g(x) = \ln x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$$

- 1 أدرس تغيرات  $g$   
2 بيّن أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا  
وحيدا  $\alpha$  حيث  $\alpha \in ]0, +\infty[$   
3 عين العدد الطبيعي  $n$  حيث  
 $\frac{n}{10} < \alpha < \frac{n+1}{10}$

4 عين إشارة  $g(x)$   
II نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  
 $]0, +\infty[$  ب :

$$f(x) = e^x \left( \ln x + \frac{1}{x} \right)$$

$C_f$  تمثيلها البياني حيث  
 $\|\vec{i}\| = 4\text{cm}$  و  $\|\vec{j}\| = 1\text{cm}$

1- أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) بين أن  $f(x) = \frac{e^x}{x} (x \ln x + 1)$  ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

2- بيّن أن  $f'(x) = e^x g(x)$

3- أنشئ جدول التغيرات لـ  $(f)$

4- بيّن أن  $f(\alpha) = \frac{(1-\alpha)e^\alpha}{\alpha^2}$  ثم عين حصر لـ  $f(\alpha)$

5- أكتب معادلة المماس  $(T)$  لـ  $(C_f)$  في النقطة  
ذات الفاصلة (1) ثم أنشئ  $(T)$  و  $C_f$  .

### عماري