المستوى : 3علوم تجريبية | **تصحيح اختبار الفصل الثاني** | إعداد الأستاذين:بالعبيدي وعبدللاوي | س د 2010/2009

التمرين الأول (6 نقط)

الإجابة بصحيح أوخطأ مع التبريرفي كل حالة من الحالات

1) صحيح:التبرير :................................ 1,5

احداثيات النقط A ، B و C تحقق صحة المعادلة

$$2x+2y-z-11=0$$

2) خطأ:التبرير:................................ 1,5

$\overrightarrow{AD}(-1;-4:-3)$ لا يوازي $\vec{n}_{ABC}(2;2;-1)$

3) صحيح:التبرير:................................ 1,5

$\left[D\in(CD)/t=0,5\right]$ و $\left[C\in(CD)/t=1\right]$

4) خطأ:التبرير: :................................ 1,5

H نقطة من (CD) حيث :

$H(4t-1,2t-1,-2t-1)$ و $\overrightarrow{BH}(4t-1,2t-5,-2t+2)$

$\overrightarrow{BH}\perp\vec{n}$ معناه $\overrightarrow{BH}.\vec{n}=0$ وعليه $t=\dfrac{3}{4}$

اذن $H_0(2,-\frac{1}{2},-\frac{5}{2})$ و $BH_0\neq 1$

التمرين الثانى (7 نقط)

I -1)ادرس تغيّرات الدالة h .

النهايات: $\lim\limits_{x\to 1^+} h(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} -2\ln(x-1)=+\infty$ ...0,5

$$\lim_{x\to+\infty} h(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-1)\left[1-2\frac{\ln(x-1)}{(x-1)}\right]=+\infty$$

اتجاه التغيير : $h'(x)=1-\dfrac{2}{x-1}=\dfrac{x-3}{x-1}$ ...0,5

$h'(x)=0$ معناه $x=3$

$x\in[3;+\infty[$ معناه $h'(x)\geq 0$

$x\in]1:3]$ معناه $h'(x)\leq 0$

جدول التغيرات ...0,5

x	1	3	$+\infty$
$h'(x)$		$+$	
$h(x)$	$+\infty$ ↘	$h(3)$	↗ $+\infty$

2) حساب $h(3)$ ثم استنتج أنّ $h(x)\succ 0$ ...0,5

لدينا: $h(3)=2-2\ln 2\succ 0$ نستنتج ان $h(x)\succ 0$

II-1) ا- حساب $\lim\limits_{x\overset{\succ}{\longrightarrow}1} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيّا .

$$\lim_{x\overset{\succ}{\longrightarrow}1} f(x)=\lim_{x\overset{\succ}{\longrightarrow}1} -(\ln(x-1))^2=-\infty \quad ...0,5$$

تفسر على ان $(x=1)$ مقارب عمودي

ب- تبيّن أنّ : $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{(\ln u)^2}{u}=0$ ...0,5

بوضع $t=\sqrt{u}$ لدينا اذا كان $u\to+\infty$ فان $t\to+\infty$

$$\lim_{u\to+\infty}\frac{(\ln u)^2}{u}=\lim_{t\to+\infty}\frac{(\ln t^2)^2}{t^2}=\lim_{t\to+\infty}4\left(\frac{\ln t}{t}\right)^2=0$$

جـ استنتاج أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ...0,5

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-1)\left[1-\frac{(\ln(x-1))^2}{(x-1)}\right]=+\infty$$

2) اثبات أنّ : $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x-1}$ ...0,5

$$f'(x)=1-\frac{2}{x-1}\ln(x-1)=\frac{h(x)}{x-1}$$

استنتاج اتجاه تغيّر f ورسم جدول تغيّراتها 0,5

إشارة $f'(x)$ هي حسب إشارة $h(x)$

x	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

3) البرهان أنّ (Γ) يقبل مماسا (Δ) ميْله 1 ...0,5

(Γ) يقبل مماسا (Δ) ميْله 1 معناه المعادلة $f'(x)=1$ تقبل حلا وحيد

$f'(x)=1$ معناه $h(x)=x-1$ معناه $x=2$

تعيين معادلة للمماس (Δ)...0,5

$y=f'(2)(x-2)+f(2)$ ومنه $y=x-1$ (Δ)

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا ...0,5

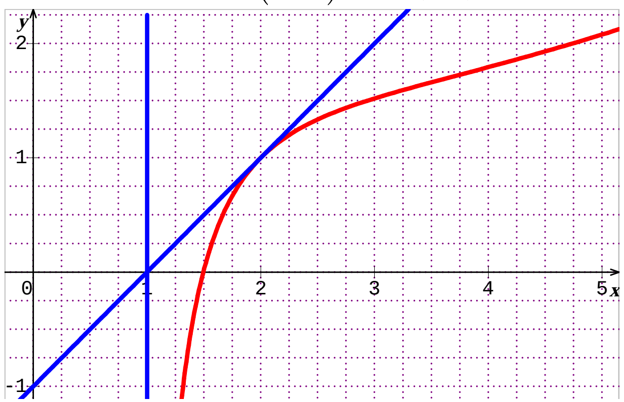
الدالة fمستمرة ومتزايدة تماما و $g(1,5)\times g(\dfrac{e+1}{e})\prec 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد

حقيقي α حيث $\left]\dfrac{e+1}{e},\dfrac{3}{2}\right[$ يحقق $g(\alpha)=0$.

5)حساب $f(e+1)$ وأنشاء (Δ) و (Γ)...1

لديناِ: $f(e+1)=e-(\ln e)^2=e-1$



التمرين الثالث (7 نقط)

1) حل، في $\mathbb{C}$، المعادلة التالية: $z^2 - 4z + 8 = 0$ **...1**

$$\Delta = (-4)^2 - (-4)(8) = -16 = (4i)^2$$

ومنه حلي المعادلة هما

$$z' = 2 - 2i \quad و \quad z'' = 2 + 2i$$

2)-أ) حساب $P(-2\sqrt{2})$ وتعيين العددين الحقيقيين **...1**

$$p(z) = (-2\sqrt{2})^3 + 2(\sqrt{2}-2)(-2\sqrt{2})^2 - 8(\sqrt{2}-1)(-2\sqrt{2}) + 16\sqrt{2}$$

$$p(z) = -16\sqrt{2} + 16\sqrt{2} - 32 + 32 - 16\sqrt{2} + 16\sqrt{2} = 0$$

$$p(z) = (z+2\sqrt{2})(z^2+az+b) = z^3 + (a+2\sqrt{2})z^2 + (b+a2\sqrt{2})z + 2\sqrt{2}b$$

بالمطابقة مع الشكل المعطى نجد:

$$\begin{cases} a + 2\sqrt{2} = 2(\sqrt{2} - 2) \\ b2\sqrt{2} = 16\sqrt{2} \end{cases} \quad ومنه \quad \begin{cases} a = -4 \\ b = 8 \end{cases}$$

ب)حل، في المجموعة $\mathbb{C}$، المعادلة $p(z) = 0$ **...0,5**

$p(z) = 0$ معناه $(z+2\sqrt{2})(z^2 - 4z + 8) = 0$

معناه $z + 2\sqrt{2} = 0$ او $z^2 - 4z + 8 = 0$

ومنه: $z_0 = -2\sqrt{2}$ و $z_1 = 2 + 2i$ و $z_2 = 2 - 2i$

3) ا) تعيّن طويلة وعمدة كلٍّ من z_A و z_B **...0,5**

لدينا: $z_A = 2 + 2i = 2\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i) = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

$$z_B = \overline{z_A} = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

التحقق أنّ العدد z_A^{2010} تخيلي صرف. **...0,5**

$$z_A^{2010} = \left(2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2010} = (2\sqrt{2})^{2010}e^{i\frac{2010\pi}{4}}$$

$$z_A^{2010} = \left(2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2010} = (8)^{1005}e^{i\frac{\pi}{2}} = (8)^{1005}i$$

ب) تبيّن أنّ النقط A، B، C تقع على نفس الدائرة (c) مركزها O و تعيين نصف قطرها. **...0,5**

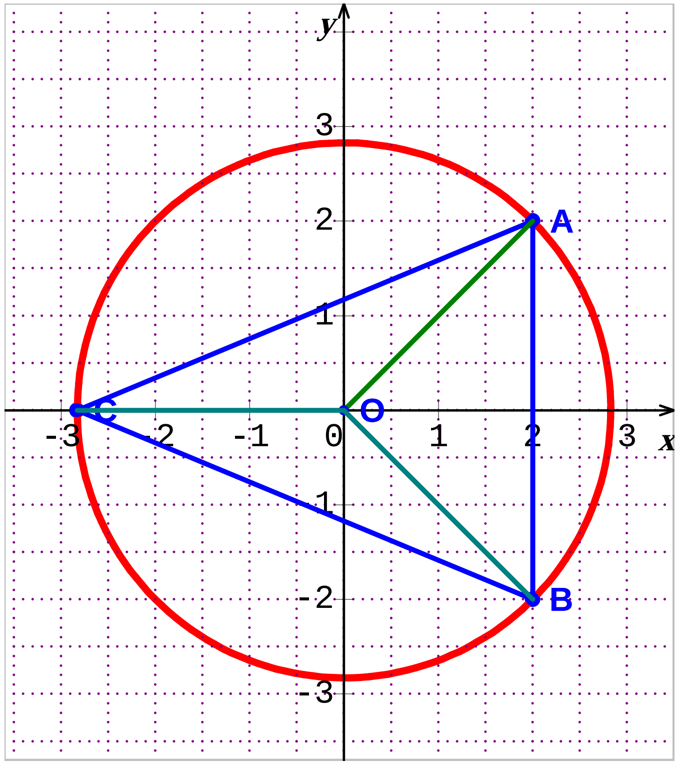
لدينا: $|z_A| = |z_B| = |z_c| = 2\sqrt{2}$

ومنه: $OA = OB = OC = 2\sqrt{2}$

ومنه A و B و C من الدائرة (C) التي مركزها O

ونصف قطرها $r = 2\sqrt{2}$ **...0,5**

جـ)تعلّيم النقط A، B، C **...1**



تعيّن قيسا بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA})$ واستنتج أنّ $\frac{3\pi}{8}$ هو قيس للزاوية $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ **...1**

لدينا: $(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{4}$

(قيس الزاوية المحيطية هو نصف قيس الزاوية المركزية)

$$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AO}\right) + \left(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AC}\right)$$

$$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AO}\right) + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}\right)$$

$$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8}$$

د) إثبات أنّ $\tan\frac{3\pi}{8} = 1 + \sqrt{2}$ **...0,5**

$$\tan\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = \frac{HC}{HA} = \frac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$$

حيث H هي نقطة تقاطع المستقيم (AB) وحامل محور الفواصل.

يمكن استعمال طرق اخرى