01 ادرس نهاية الدالة f ، إذا كانت f غير معرفة عند a
ادرس النهاية على يمين و على يسار a

1) $f(x)=\frac{3x^2+2x}{x^2-3x-4}$ عند $\pm\infty$، عند 4 و -1

2) $f(x)=\frac{(x+2)^3-8}{x}$ عند $\pm\infty$، عند 0

3) $f(x)=\frac{x^3-1}{x^2+2x-3}$ عند $\pm\infty$، عند 1 و -3

4) $f(x)=\frac{x^3-3x^2-4}{(x+1)^2}$ عند $\pm\infty$، عند -1

5) $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ عند $+\infty$، عند 0

6) $f(x)=x^2-\sqrt{x+2}$ عند $+\infty$

02 f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ ، (C) تمثيلها البياني
وجدول تغيراتها معطى كما يلي:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f(x)	2	↗	$+\infty$ ǁ $+\infty$	↘	2

اجب **بصحيح** أو **خطأ** على كل سؤال مما يلي مع التبرير

1) المستقيم الذي معادلته y=2 مقارب للمنحنى (C).

2) المعادلة f(x)=0 تقبل حلا وحيدا

3) مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > 0$ هي $\mathbb{R}-\{-1\}$

4) في المجال $]-\infty;-1[$ يكون $f(-2)\succ f(x)$ عندما $x\prec -2$

5) النقطة $A(-3;1)$ تنتمي على المنحنى (C).

03 f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ $f(x)=\frac{x^3-3x^2+5}{(x-2)^2}$
وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f.

1) احسب النهايات عند أطراف مجال التعريف

2) بين أن (C) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة إحداها مائل (D) معادلته y=x+1

3) ادرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (D) .

04 1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون:
$1\le 3+2\cos x\le 5$

2) هل تقبل الدالة $f: x\mapsto \frac{x-1}{3+2\cos x}$ نهاية عند $+\infty$ ؟

05 1) برهن انه من أجل كل $x\in]2,+\infty[$ لدينا:
$\frac{1}{x-2}\le\frac{2-\sin x}{x-2}\le\frac{3}{x-2}$

2) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2-\sin x}{x-2}$

06 1) برهن انه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $2\le 5-3\sin x\le 8$

2) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{|x|+2}{5-3\sin x}=+\infty$

07 f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} & ;x\succ 3\\ \frac{1-x}{x-2} & ;x\le 3\end{cases}$$

1) جد f(3) ، ثم $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) أدرس استمرار الدالة f عند 3.

3) أثبت أن المعادلة: $f(x)=-0,5$ تقبل حلا وحيدا في المجال]1 ، 1-[فسر ذلك هندسيا.

08 أ) h دالة عددية حيث: $h(x)=x^3-3x+4$

1) أدرس تغيرات الدالة h.

2) أثبت أن المعادلة h(x)=0 تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha\in]-2,2،-2,19[$ ثم استنتج اشارة h(x).

ب) f دالة عددية حيث : $f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+4x$

1- احسب $f'(x)$ واستنتج إشارته بإستعمال أ).

2-ادرس تغيرات الدالة f.

3-أثبت أن $f(\alpha)=\frac{3\alpha(4-\alpha)}{4}$، جد حصرا للعدد $f(\alpha)$

4- عين عدد جذور كثير الحدود f(x).

09 f دالة معرفة بجدول تغيراتها التالي f' هي دالتها المشتقة

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	- ǁ -	0	+
$f(x)$	$-\infty$ ↗	-6	↘ ... ǁ $+\infty$ ↘	2	↗ ...

نقبل أن الدالة f معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بـ:

$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية

1) احسب $f'(x)$ بدلالة a ، b و c .

2) بالاستعانة بجدول التغيرات بين أن: $a=1, b=-1, c=4$

3) أتمم جدول التغيرات بتعيين النهايات المنقوصة.

4) بين أن المنحنى C_f الممثل للدالة f يقبل المستقيم D الذي معادلته $y=x-1$ كمستقيم مقارب عند $\pm\infty$

• ادرس وضعية المنحنى C_f بالنسبة للمستقيم D .

10 جدولا التغيرات المواليين هما لدالتين u ، v

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$u(x)$	$2 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$v(x)$	$3 \nearrow +\infty$		$+\infty \searrow -4$

1) حدد اتجاه تغير كل من الدالتين u ، v

2) ليكن (C_u) و (C_v) المنحنيين الممثلين للدالتين u ، v على الترتيب في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ) عين معادلات المستقيمات المقاربة لكل من (C_u) و (C_v)

ب) عين عدد نقط تقاطع كل من (C_u) و (C_v) والمحور $(O;\vec{i})$

3) جد عدد حلول كل من المعادلتين: $u(x)=2{,}5$ و $v(x)=\sqrt{10}$

4) أدرس نهاية الدالة المركبة vou في كل من الحالات التالية: 1) عند $+\infty$ ، 2) عند $-\infty$ ، 3) عند 2

11 جدول التغيرات الموالي هو لدالة f معرفة وقابلة للإشتقاق على $D=]1;+\infty[$

x	1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{5}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

نقبل أنه من أجل كل x من D ، $f(x)=ax+\dfrac{b}{x-c}$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية . وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) برر وجود مستقيم مقارب لـ (C_f) موازي لمحور التراتيب ، استنتج قيمة c .

2) بإستعمال إحداثيي نقطة معلومة من (C_f) ، عين علاقة بين العددين a ، b.

3) أحسب $f'(x)$ بإستعمال جدول التغيرات

4) عين علاقة ثانية بين a ، b. ثم عين العددين a ، b.

5) تحقق أن المستقيم ذو المعادلة $y=0{,}5\,x$ مقارب لـ (C_f)

12 لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق على مجال من مجموعة تعريفها، لها جدول تغيرات التالي:

x	$-\infty$	$0{,}5$		1		$1{,}5$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	‖	-	0	+
$f(x)$	$-\infty \nearrow$	1	$\searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow$	3	$\nearrow +\infty$

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية.

1) أحسب $f'(x)$ بدلالة a ، c

2) اعتمادا على جدول التغيرات للدالة f:

أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c

ب) عين $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا.

جـ) قارن بين صورتي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بـ f معللا إجابتك

3) نأخذ فيمايلي: $c=\frac{1}{4}$ ، $b=1$ ، $a=1$ وليكن (C) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم متعامد ومتجانس .

أ) بين أن عندما يؤول x إلى $(+\infty)$ أو $(-\infty)$ فإن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y=x+1$

ب) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

جـ) أثبت أن النقطة $\omega(1,2)$ مركز تناظر للمنحنى (C)

د) عين نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

4) λ عدد حقيقي ، عين بيانيا ، حسب قيم λ عدد حلول المعادلة : $f(x)=|\lambda|$.

13 I - f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^3+2x-1$

1°- أدرس تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$

2°- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\beta \in]0;1[$.

ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

- أعط قيمة مقربة إلى 10^{-2} للعدد β.

II- لتكن الدالة h والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

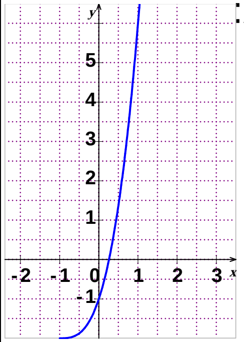
$$h(x)=\frac{1}{2}x^4+2x^2-2x$$

1°) أدرس تغيرات الدالة h على $\mathbb{R}$.

2°) - أ) أثبت أن $h(\beta)=\dfrac{\beta(2\beta-3)}{2}$

ب) جد حصرا لـ $h(\beta)$، استنتج عدد حلول المعادلة: $h(x)=0$

14 نسمي (C_f) المقابل هو المثيل البياني للدالة العددية f المعرفة على المجال $D=]-1;+\infty[$:



$$f(x)=x^3+3x^2+3x-1$$

1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات f

2) حدد $f(0)$ واشارة $f(0{,}5)$.

3) ثم علل وجود عدد حقيقي α حيث $\alpha \in]0;0{,}5[$ يحقق $f(\alpha)=0$

استنتج اشارة $f(x)$ على المجال D

15 1) اثبت باستعمال التعريف ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x-3}=0$

2) f دالة معرفة على المجال $]2;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{4x+3}{x-2}$

أوجد عددا حقيقيا a حيث $x \succ a$ فإن $f(x)\in]3{,}9;4.1[$