بسط العبارات التالية

$A=\ln(2+\sqrt{5})^2+\ln(2-\sqrt{5})^2$

$B=\ln\frac{1}{2}+\ln\frac{2}{3}+\ln\frac{3}{4}+......+\ln\frac{99}{100}$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية

1) $\ln(x-1)=0$ ، 2) $\ln(x+2)=\ln x^2$

3) $\ln(2x-3)=\ln(x+4)$ ، 4) $\ln(2x^2-x)=2\ln(x-2)$

5) $2\ln(x+1)=\ln(x+5)+\ln(2x+2)$

6) $(\ln x)^2+4\ln x-5=0$ ، 7) $\ln|2x+1|+\ln|x-1|=\ln 2$

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية

1) $\ln x\geq 1$ ، 2) $\ln(x+1)\leq 0$ ، 3) $\ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right)\leq 1$

4) $\ln(x^2-2x)\leq\ln(4x-5)$ ، 5) $(\ln x)^2-\ln x\geq 0$

5) $\ln(x-1)-\ln 3>\ln 2-\ln(x+4)$

حل في $\mathbb{R}^2$ الجمل التالية :

$\begin{cases} x^2+2y=16 \\ \ln\frac{x}{y}=-\ln 3\end{cases}$ ، $\begin{cases}(e^x-1)(2e^{2x}+5e^x-3)=0 \\ x+\ln(y^2+1)=0\end{cases}$

نعتبر كثير الحدود P للمتغير الحقيقي x حيث:

$P(x)=2x^3+3x^2+x-6$

1) بين ان $P(1)=0$، ثم بين ان: $P(x)=(x-1).Q(x)$

حيث $Q(x)$ كثير حدود من الدرجة الثانية يطلب حسابه.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x)=0$ والمتراجحة $P(x)\leq 0$

استنتج حلول المتراجحة $2\ln x+\ln(2x+3)\leq\ln(6-x)$

ادرس تغيرات كل من الدوال التالية

1) $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ والمعرفة على المجال $]0,+\infty[$

2) $f(x)=(\ln x)^2+1$ والمعرفة على المجال $]0,+\infty[$

3) $f(x)=x\ln x^2$ ، والمعرفة على $\mathbb{R}^*$

4) $f(x)=\frac{2-\ln x}{x}$ والمعرفة على المجال $]0,+\infty[$

5) $f(x)=\frac{1}{\ln x}$ والمعرفة على المجال $]0,1[\cup]1;+\infty[$

6) $f(x)=\frac{\ln x+1}{\ln x-1}$ معرفة على المجال $]0,e[\cup]e;+\infty[$

7) $f(x)=x+\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|$ معرفة على المجال $\mathbb{R}-\{-2,2\}$

fدالة معرفة على $]0 ، 2[$ بـ: $f(x)=\ln\left|\frac{x}{2-x}\right|$

وليكن (C) تمثيلها البياني.

1) أدرس تغيرات f وادرس الفروع اللانهائية لـ(C)

2) بين أن (C) يقبل النقطة $\omega(1;0)$ كمركز تناظر

3) جد معادلة المماس (Δ) عند ω ، ثم أرسم (Δ) و(C).

hدالة معرفة على $I=]0، +\infty[$ بـ : $h(x)=x^2+1-\ln x$

1) أدرس تغيرات h، أحسب $h(\frac{1}{\sqrt{2}})$ استنتج إشارة $h(x)$.

2) f دالة عددية معرفة على I بـ: $f(x)=x+\frac{\ln x}{x}$

أ) أحسب $f'(x)$ ثم بين أن $f'(x)=\frac{h(x)}{x^2}$ على I.

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f .

جـ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to 0}f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f

3-أ) برهن أن المستقيم (d) ذا المعادلة y=x مقارب لـ (C_f)

ب) حدد وضعية (d) و(C_f) ، ثم أرسم (d) و(C_f)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0، +\infty[$

بمايلي: $g(x)=\ln(1+x)-x$

أ- احسب $g'(x)$ لكل x من $[0، +\infty[$، ثم بين أن g متناقصة تماما على $[0، +\infty[$.

ب - أستنتج أن : $g(x)\leq 0$ لكل x من $[0، +\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ:

$f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ و(C) هو المنحنى البياني

الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أن: $D_f=]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$، ثم بين أن f فردية

2- أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{<}-1}f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}1}f(x)$

3-أ) بين أنه من أجل لكل x من D_f. $f'(x)=\frac{x^2-3}{x^2-1}$

ب) ادرس تغيرات f على $]1،+\infty[$، استنتج تغيرات f على D_f

4-أ) تحقق أن المستقيم (Δ): y=x مقارب مائل لـ (C).

ب- أدرس إشارة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ).

1) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ:

$g(x)=x^2-4x+3+\ln|x-2|$

أ)- أدرس تغيرات الدالة g .

ب)- أحسب $g(3)$ ، $g(1)$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

2- f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ حيث :

$f(x)=2-x+\dfrac{\ln|x-2|}{x-2}$ وليكن(γ)المنحني الممثل لها

أ)-أثبت أن من أجل كل x من D_f: $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{(x-2)^2}$

ب)أدرس تغيرات الدالة f، ثم أحسب $f(0)$،$f(-1)$، $f(1)$

جـ)-أثبت أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-x+2$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (γ) .

د)-أدرس وضعية المنحني (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

ف)-برهن على وجود مماسين للمنحني(γ) معامل توجيه كل منهما (-1) .ك) إنشئ (γ)

g(I دالة عددية معرفة $]0,+\infty[$ ب: $g(x)=x-\dfrac{1}{x}-2\ln x$

1) بين ان: $g'(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$،ثم استنتج اتجاه تغيرg .

2)احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

(II f دالة عددية معرفة $]0,+\infty[$ ب: $f(x)=x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-2$

واليكن (C) منحناها البياني في م.م.م $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1- ا)بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) تحقق ان $f(\dfrac{1}{x})=f(x)$ من اجل كل $x\in]0,+\infty[$

ج)احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ثم فسر النتيجة هندسيا.

د)بين ان (C)يقبل فرع قطع مكافئ منحاه المستقيم $y=x$

2) بين ان $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

3)أنشئ المنحنى (C) في المعلم السابق.

fدالة عددية معرّفة على $\mathbb{R}^*$ب: $f(x)=1-\dfrac{\ln x^2}{x}$

(C)تمثيلها البياني في مستو مزود بم.م.م $(o;\vec{i};\vec{j})$

1)-أدرس تغيرات الدالة f والفروع اللانهائية للمنحنى(C)

- أثبت أنّ المنحنى (C) يقطع المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$ في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.

2) احسب : $f(-x)+f(x)$ ماذ تستنتج ؟.

3)بين ان المعادلة:$f(x)=0$تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]-1,-0.5[$

4)أثبت أن(C)يقبل مماسا(d)يشمل النقطة $A(0;1)$ ويمس المنحنى(C)في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.

أوجد معادلة للمماس (d). 5) أرسم (d) ثم (C).

6)ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx+1$

7) g دالة عددية معرّفة على $\mathbb{R}^*$ب: $g(x)=1-\dfrac{\ln x^2}{|x|}$

(γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بين ان g زوجية .

-دون دراسة تغيرات g ،ارسم(γ)علل ذلك **بكالوريا 2004 ع ط**

I- f الدالة العددية حيث: $f(x)=x+\ln|e^x-2|$

(C)تمثيلها البياني في مستو مزود بم.م.م $(o;\vec{i};\vec{j})$

1 أ- بين ان $D_f=]-\infty;\ln 2[\cup]\ln 2;+\infty[$

ب-بين أن: $f(x)=2x+\ln|1-2e^{-x}|$

جـ-احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}\ln 2} f(x)$ و$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}\ln 2} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

د- ادرس اتجاه تغيرالدالة f ثم ارسم جدول تغيراتها

2-أ-بين أن (C)يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و(Δ')

معادلتاهما على التوالي : $y=2x$ و $y=x+\ln 2$

ب- عين نقط تقاطع (C)مع محور الفواصل .

جـ-أنشئ المنحنى (C).

h (I دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي :

$h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} h(x)$

2) بين ان $h'(x)=\dfrac{1+2(x+1)^2}{x+1}$واستنتج اتجاه تغيرات الدالة h وانجز جدول تغيراتها.

3)احسب $h(0)$ واستنتج اشارة $h(x)$ حسب قيم x

f(II لة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي :

$f(x)=x-1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$ واليكن (C) منحناها البياني

1-ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب)باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^t}{t}=+\infty$ برهن ان $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{\ln u}{u}=0$

جـ) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

د) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ استنتج وجود مقارب مائل ل (C)

هـ)ادرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

2) بين ان $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$ثم سجل جدول تغيرات f

3) بين ان المنحنى(C) يقطع المستقيم الذي معادلته $y=2$ في نقطة وحيد فاصلتها محصورة بين $3,2$ و $3,3$

4) ارسم المنحنى(C). **بكالوريا 2009 ع ت**