

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول

(I) نسمي (C_g) المقابل هو الممثل البياني للدالة العددية g المعرفة

$$g(x) = x^3 - 3x - 4 : D =]-1, +\infty[\text{ على المجال}$$

(1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات g

(2) حدد إشارة كلا من $g(2)$ و $g(2,25)$

ثم علل وجود عدد حقيقي α حيث $\alpha \in]2; 2,25[$ يحقق $g(\alpha) = 0$

استنتج إشارة $g(x)$ على المجال D

(II) نعتبر الدالة f معرفة على المجال $I =]-1; 1[\cup]1; +\infty[$ كما يلي

$$f(x) = \frac{x^2(x+2)}{x^2-1} \text{ و } (I) \text{ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس } (O; \vec{i}; \vec{j}).$$

(1) احسب نهايات f عند الحدود المفتوحة للمجال I

(2) تحقق أنه من أجل كل x من المجال I فإن: $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2-1)^2}$ ثم استنتج إشارته.

(3) ارسم جدول تغيرات الدالة f ، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(4) بين أن (I) يقبل ثلاث مستقيمات مقارنة من بينها مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته: $y = x + 2$

أدرس الوضع النسبي للمنحنى (I) والمستقيم (Δ) . ثم إنشئ المنحنى (Γ) والمستقيم (Δ) .

التمرين الثاني المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(I) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على \mathbb{R} بالشكل: $h(x) = e^x - x + 2$.

(1) ادرس اتجاه تغيرات الدالة h على \mathbb{R} .

(2) احسب $h(0)$ ثم استنتج أن $h(x) \geq 3$ من أجل كل عدد حقيقي x .

(II) نعتبر الدالة f معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = e^{-x}(x-1) + x + 1$ تمثيلها البياني

$$(1) \text{ برهن أن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ ثم احسب } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = 0$ ثم فسر النتيجة بيانيا

(2) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = e^{-x} \cdot h(x)$ وارسم جدول تغيرات الدالة f .

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا على \mathbb{R} ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (I) ؟

(4) أحسب $f''(x)$ ثم برهن أن المنحنى (I) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها.

(5) اجسب صور كلا من $-1, 1, 2$ بالدالة f ثم ارسم المنحنى (I) على المجال $]-1; +\infty[$.

(6) ليكن (T_α) مستقيما معادلته: $y = x + \alpha$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$. عين α حتى يكون (T_α) مماسا للمنحنى (I)

(II) دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالشكل: $k(x) = f(-x)$

باستعمل مشتقة الدالة المركبة جد مشتقة الدالة k ثم ارسم جدول تغيراتها.