عبة: 3 علوم وتجريبية — **اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات** — المـدة: ساعتان

التمرين الأول: $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس للفضاء. لتكن النقط $A(2,4,1)$، $B(0,4,-3)$، $C(3,1,-3)$، $D(1,0,-2)$

أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

1) معادلة للمستوي (ABC) هي : $2x+2y-z-11=0$.

2) النقطة A هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) .

3) تمثيل وسيطي للمستقيم (CD) هو : $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-1+2t \\ z=-1-2t \end{cases}$ حيث $(t\in\mathbb{R})$.

4) بُعْد النقطة B عن المستقيم (CD) هو 1 .

التمرين الثاني: المستوي مزوّد بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I) نعتبر الدالة العددية h المعرّفة على $]1,+\infty[$ بالشكل : $h(x)=x-1-2\ln(x-1)$.

1)ادرس تغيّرات الدالة h .

2)احسب $h(3)$ ثم استنتج أنّ $h(x)\succ 0$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1,+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على $]1,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-(\ln(x-1))^2$ و (Γ): تمثيلها البياني .

1) ا- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيّا .

بـ- بيّن أنّ : $\lim\limits_{u\to+\infty}\frac{(\ln u)^2}{u}=0$ (يمكن وضع $t=\sqrt{u}$) . جـ- استنتج أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أثبت أنّ : $f'(x)=\frac{h(x)}{x-1}$ لكل x من $]1,+\infty[$ ، ثمّ استنتج اتجاه تغيّر f وارسم جدول تغيّراتها .

3) برهن أنّ المنحني (Γ) يقبل مماسا (Δ) ميْله 1 ، يطلب إعطاء معادلة له .

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\frac{e+1}{e},\frac{3}{2}\right[$.

5)احسب $f(e+1)$ ، ثمّ أنشئ المماس (Δ) والمنحنى (Γ) في المجال $]1,e+1]$.

التمرين الثالث: 1) حل، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة التالية : $z^2-4z+8=0$.

2) نعتبر، في المجموعة $\mathbb{C}$، كثير الحدود التالي : $p(z)=z^3+2(\sqrt{2}-2)z^2-8(\sqrt{2}-1)z+16\sqrt{2}$.

ا) احسب $p(-2\sqrt{2})$ ،ثم عيّن العدديْن الحقيقيّيْن a و b بحيث : $p(z)=(z+2\sqrt{2})(z^2+az+b)$.

ب)حل، في المجموعة $\mathbb{C}$، المعادلة $p(z)=0$.

3) المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

لتكن النقط A ، B ، C التي لواحقها $z_A=2+2i$ ، $z_B=2-2i$ ، $z_C=-2\sqrt{2}$ على الترتيب .

ا) عيّن طويلة وعمدة كلٍّ من z_A و z_B ،ثم تحقق أنّ العدد z_A^{2010} تخيلي صرف.

ب) بيّن أنّ النقط A ، B ، C تقع على نفس الدائرة (c) التي مركزها المبدأ O و التي يطلب تعيين نصف قطرها.

جـ)علّم النقط A ، B ، C،ثم عيّن قيسا بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA})$ واستنتج أنّ $\frac{3\pi}{8}$ هو قيس للزاوية $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$

د) بيّن أنّ: $\tan\frac{3\pi}{8}=1+\sqrt{2}$.