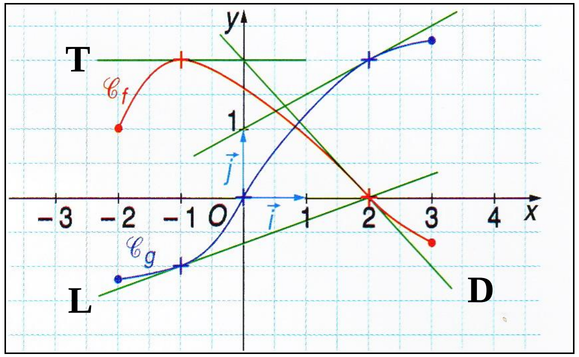
رسمنا في الشكل الموالي المنحنيين (C_f) و (C_g) الممثلين لدالتين f و g معرفتين و قابلتين للاشتقاق على المجال $[-2;3]$ و بعض مماساتهما.



1) أحسب الأعداد المشتقة التالية:

* $(f)'(-1)$ ، * $(g)'(-1)$ ، * $(f)'(2)$، * $(g)'(2)$

2) من أجل كل x من المجال $[0;2]$ نضع: $h(x)=f(2x-1)$ أحسب $h'(0)$ و $h'\left(\frac{3}{2}\right)$.

3) أكتب معادلات كل من المستقيمات T وD و L

جدول التغيرات الموالي هو لدالة u

x	-2		-1		0		+1		2	+∞
u'(x)		+	0	-	‖	-	0	+	‖	
u(x)	2	↗	3	↘	0	↘	-1	↗	0 ↗	2

1) عيّن إشارة $u(x)$.

2) نعتبر الدوال f، g، h و k المعرفة كما يلي :

$f=u^2$ ؛ $g=u^3$ ؛ $h=\frac{1}{u}$ ؛ $k=\sqrt{u}$

ب)عبّر عن كل من $f'(x)$، $g'(x)$، $h'(x)$ و $k'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$.

جـ) استنتج جدول تغيرات لكل دالة من f، g، h و k.

ادرس تغيرات الدالة f في كل حالة من الحالات التالية

1) $f(x)=x^3-3x-3$ المعرّفة على $\mathbb{R}$

2) $f(x)=\frac{4x^2-5x}{2x^2-5x+2}$ معرفة على $\mathbb{R}-\{\frac{1}{2};2\}$

3) $f(x)=\frac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$ المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$

4) $f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$ معرفة على $]-1;+\infty[$

1) أحسب الدالة المشتقة للدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+1}{x-1}$.

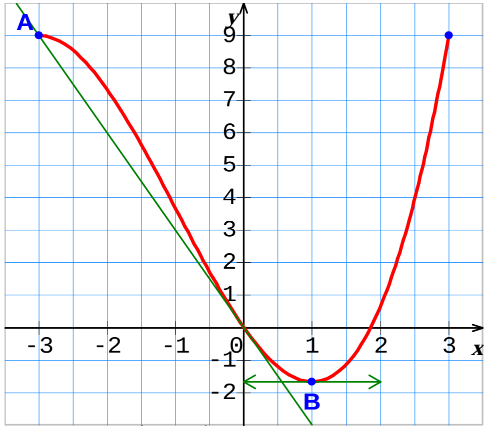
2) استنتج الدالة المشتقة لكل من الدوال المقترحة التالية :

أ) $g:x\mapsto\frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$.   ب) $h:x\mapsto\frac{x^4+1}{x^2-1}$.

جـ) $u:x\mapsto\sqrt{\frac{x^2+1}{x-1}}$.   د) $v:x\mapsto\frac{\sin^2 x+1}{\sin x-1}$.

الشكل 1 هو التمثيل البياني $\mathscr{C}$ لدالة معرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $[-3;3]$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;I,J)$ المنحنى $\mathscr{C}$ يحقق الشروط التالية

يمر بمبدأ المعلم O ، و يشمل النقطة $A(-3;9)$ ، يقبل في النقطة B التي فاصلتها 1 مماسا أفقيا و يقبل المستقيم (OA) كمماس عند النقطة O .



1. ما هو معامل توجيه المستقيم (OA)؟

2.نفرض أن f معرفة على $[-3;3]$ بـ:

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$$

حيث a ، b ، c و d أعداد حقيقية .

أ- بين باستعمال الشروط السابقة أن :

$a=\frac{1}{3}$ ، $b=1$ ، $c=-3$ و $d=0$

ب- حلل $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f.

I) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3-3x-3$

جدول تغيراتها كمايلي

x	$-\infty$		-1		+1		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	0	+	
f(x)	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

ا) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$

ب) حدد إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1،1\}$ بـ: $g(x)=\frac{2x^3+3}{x^2-1}$

نسمي $\mathcal{C}_g$ المنحني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس

أ) بين أن: $g'(x)=\frac{2x}{(x^2-1)^2}f(x)$ من أجل كل x من D_f

ب) عين إشارة $g'(x)$ على المجال $]1،+\infty[$

جـ) أستنتج اتجاه تغيرات الدالة g على المجال $]1،+\infty[$.
ثم شكل جدول تغيرات الدالة g على D_f

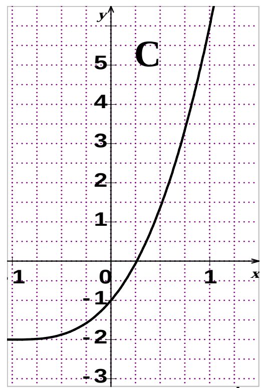
د) بين أن : $g(\alpha)=2\alpha$

و) بين أن المستقيم ذا المعادلة y=2x+1 مقارب مائل لـ $\mathcal{C}_g$

هـ) أوجد فواصل النقط من $\mathcal{C}_g$ التي يكون من أجلها المماس موازيا للمستقيم المقارب المائل.

ى)أرسم المنحنى $\mathcal{C}_g$ (نأخذ: $\alpha=2,2$)

░ المنحنى(C)المقابل هو التمثيل البياني للدالة عددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$



2-أ)بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدّد $g(0)$ وإشارة $g(0,5)$

ب)علّل وجود عدد حقيقي $\alpha\in]0;0,5[$ يحقق: $g(\alpha)=0$

جـ)استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

2) f دالة معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ و (Γ) تمثيلها البياني في م.م.م

أ)تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$
$f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^3}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f.

ب)عين دون حساب $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

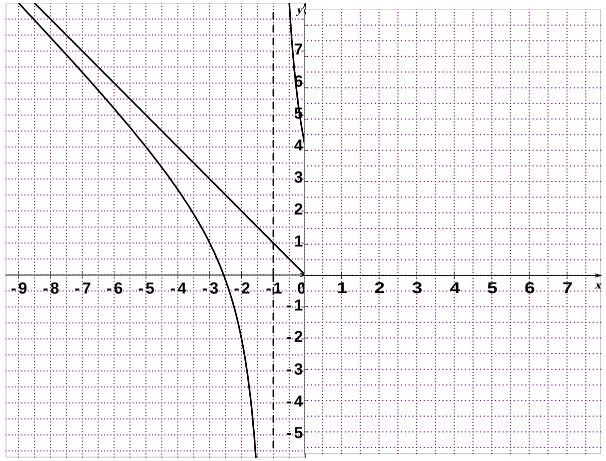
جـ)جد $\lim_{x\to -1^{>}} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ فسر النتيجتين بيانيا

د) شكل جدول تغيرات f

3)نأخذ: $\alpha=0,26$ أ)عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2}

ب)أرسم المنحنى (Γ) **bac2008ex**

░ I) f دالة معرفة على المجال $]-\infty,-1[\cup]-1,0]$ بـ $f(x)=-x+\frac{4}{x+1}$ نسمي $\mathcal{C}_f$ المنحني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس كما هو مبين في الشكل



1-أ)احسب نهايات f عند الحدود المفتوحة للمجال I

ب)بقراءة بيانية ودون دراسة تغيرات f شكل جدول تغيراتها

2) f دالة معرفة على المجال $]0,+\infty[$ ب: $g(x)=x+\frac{4}{x+1}$

نسمي $\mathcal{C}_g$ المنحني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس

أ)احسب نهاية g عند $+\infty$.

ب)تحقق أن $\mathcal{C}_g$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له. جـ)ادرس تغيرات g

II) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كمايلي $k(x)=|x|+\frac{4}{x+1}$

1-ا) احسب $\lim_{x\to0^{<}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ و $\lim_{x\to0^{>}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$
ماذا تستنتج؟ ب)فسر النتيجة هندسيا.

2)أكتب معادلتي نصفي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3)ارسم (Δ_1) و (Δ_2) و $\mathcal{C}_k$ **bac2009ex**

░ f دالة معرّفة على $\mathcal{D}_f=]-\infty;-4]\cup[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$.

$\mathcal{C}$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب النهايتين للدالة f عند $(-\infty)$ و $(+\infty)$.

2) بيّن أنّ المستقيم ذي المعادلة $y=2x+3$ ، هو مستقيم مقارب للمنحني $\mathcal{C}$ بجوار $(+\infty)$.

3) هل الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ؟ عند -4 ؟

4) أحسب $f'(x)$ من أجل $x\in\mathcal{D}_f-\{-4;0\}$.

5) أنشئ جدول التّغيّرات للدالة f.

6) أرسم المستقيم المقاربة ثمّ المنحني $\mathcal{C}$.

░ نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\sin^2 x$

وليكن $\mathcal{C}$ تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ ـ برهن أنّ الدالة f دورية ذات الدور π.

ب ـ برهن أنّ محور التراتيب هو محور للمنحني $\mathcal{C}$.

ج ـ أدرس تغيّرات الدالة f على المجال $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.