01 (U_n) متتالية معرفة على N بـ : $u_{n+1}=\frac{u_n}{\sqrt{u_n^2+1}}$

1) أحسب الحدود u_1 ، u_2 ، u_3 علما ان $u_0=1$

أعط تخمينا لعبارة u_n بدلالة n .

2) أثبت أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_n=\frac{1}{\sqrt{n+1}}$

02 (U_n) متتالية حسابية حيث $U_0=5$ وأساسها 4

1) احسب U_n بدلالة n ثم احسب $U_0+U_1+....+U_n$ بدلالة n

2) إذاكان مجموع ثمانية حدود متعاقبة من هذه المتتالية هو 2008 فماهو الحد الأول من هذه الحدود .

a، b و c أعداد حقيقية غير معدومة .

1) بين أنه إذا كانت a ، b و c بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة لمتتالية هندسية فإن :

$$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)(a-b+c).$$

2) جد ثلاث حدود متتابعة لمتتالية هندسية علما أنّ مجموعها هو 78 ومجموع مربعاتها هو 3276 .

أ) حلل العدد 1995 إلى جداء عوامل أولية

ب) عين الأعداد الحقيقية x ، y و z المتمايزة مثنى مثنى والتي تحقق: x ، y و z حدود متتابعة بهذا الترتيب لمتتالية حسابية وz، x و y حدود متتابعة بهذا الترتيب لمتتالية هندسية و x+y+z عدد طبيعي أولي قاسم للعدد 1995.

1) (U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث

$$\ln u_2-\ln u_4=4 \text{ و } \ln u_1+\ln u_5=-12$$

*عين أساس هذه المتتالية الهندسية وحدها الأول u_0

*أحسب u_n بدلالة n

نسمي S_n المجموع : $u_0+u_1+.....+u_n$

*أحسب S_n بدلالة n ثم نهاية S_n لما تؤول n إلى $+\infty$

2) (V_n) المتتالية العددية المعرفة كمايلي:

مهما يكن العدد الطبيعي n فإن : $V_n=\ln u_n+\ln u_{n+1}$

* بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

نسمي S'_n المجموع : $v_0+v_1+.....+v_n$

* عين العدد الطبيعي n حتى يكون : $S'_n=2^{30}$

06 1) c، b، a حدود متتابعة من متتالية حسابية.

عيّن هذه الأعداد إذا علمت أنّ:

$$a\times b\times c=-105 \text{ و } a+b+c=21$$

2) z، y، x أعداد حقيقيّة موجبة تماما، تشكل بهذا الترتيب حدودا متتابعة من متتالية هندسية.

برهن أنّ الأعداد: lnz، lny، lnx هي حدود متتابعة من متتالية حسابية.عيّن هذه الأعداد بحيث:

$$\ln x\times\ln y\times\ln z=-105 \text{ و } \ln(x\times y\times z)=21$$

07 : (U_n) متتالية عددية معرفة بـ: $U_0=e^3-1$

ومهما يكن العدد الطبيعي n : $e^3\ U_{n+1}=1-e^3+U_n$

1) أحسب U_1 ، U_2 ، U_3 .

أثبت أنه مهما يكن العدد الطبيعي n : $1+U_n>0$

بين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما.

2) (t_n) متتالية معرفة بـحدها العام: $t_n=2(1+U_n)$

أ) بين أن (t_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها

ب) نضع $P_n=t_0+t_1+....+t_n$. أحسب $\lim_{x\to+\infty} t_n$

3) عين n حتى يكون : $t_n\geq 2\times10^{-9}$

08 I - لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-2, +\infty[$ بـ:

$f(x)=\frac{x^2+5}{x+2}$ و (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec i,\vec j)$ الشكل في اخرالتمرين

أ) ادرس تغيرات الدالة f ثم سجل جدول تغيراتها

ب) بين أن المستقيم (D): y=x-2 مقارب مائل لـ (C_f).

جـ) بين أنه إذا كان : $1\leq x\leq 2,5$ فإن $1\leq f(x)\leq 2,5$

II- نعتبر المتتالية العددية (U_n) والمعرفة بـ: $U_0=1$ و $U_{n+1}=f(U_n)$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n

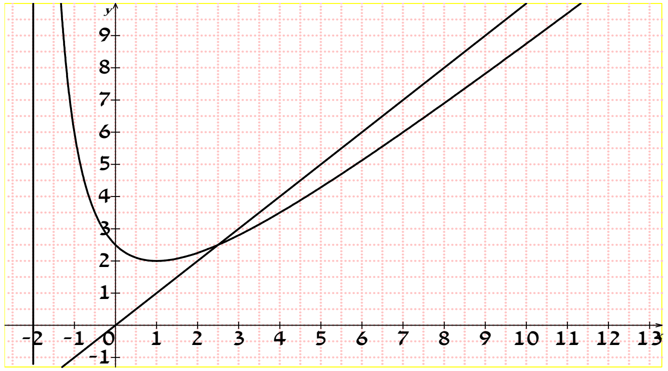
أ) باستخدام المنحنى (C_f) والمستقيم ذي المعادلة : y=x

مثل الحدود U_0 ، U_1، U_2 (دون حسابها): على حامل محور الفواصل (ox).(استعمل الورقة في آخر التمرين)

ب) خمن اتجاه وتقارب المتتالية (U_n).

جـ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\leq U_n\leq 2,5$ وان المتتالية (U_n) متزايدة.

استنتج ان (U_n) متقاربة ، ثم اثبت أن : $\lim_{n\to+\infty}U_n=2,5$



09 (V_n) المتتالية العددية المعرفة كمايلي:

$V_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي $V_{n+1}=\frac{5V_n-1}{V_n+3}$

1) برهن أنه ومن أجل كل عدد طبيعي $V_n\neq1$

2) أ) نضع $U_n=\frac{1}{V_n-1}$

أ) برهن أن (U_n) متتالية حسابية يطلب تحديد أ ساسها r وحدها الأول U_0، ثم احسب U_n بدلالة n.

ب) استنتج V_n بدلالة n، ثم احسب نهاية (V_n)

(U_n) متتالية عددية معرفة بـ: $U_0=6$

ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $3U_{n+1} = U_n + 1$

1أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N} : U_n \succ 3$

ب)بين أن المتتالية (U_n) متناقصة، ثم استنتج أنها متقاربة.

جـ) عين نهاية المتتالية (U_n) .

2) (V_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = \ln(U_n - 3)$

أ) بين أن (V_n) متتالية حسابية أساسها $r = -\ln 3$

ب)عبرعن V_n ثم U_n بدلالة n .عين ثانية ، نهاية (U_n)

لتكن المتتالية الحقيقية (V_n) حيث: $V_0 = \alpha$

ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $V_{n+1} = \frac{2}{3}V_n + 5$

1) ماهي قيمة α حتى تكون (V_n) ثابتة .

2) بفرض (V_n) غير ثابتة ، نعتبر المتتالية (U_n) حيث :

∀ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_n + 2V_n = 30$.

أ) أثبت أن (U_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$.

ب) نفرض أن : $U_0 = 6$

- اكتب U_n بدلالة n ، واستنتج عبارة V_n بدلالة n
- ادرس اتجاه تغير المتتالية (V_n)

-احسب بدلالة n المجموع $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} v_k$ ، جد $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{S_n}{n}\right)$

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} 3u_{n+2} = 5u_{n+1} - 2u_n \\ u_0 = 1 \quad , \quad u_1 = 3 \end{cases}$

والمتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_{n+1} - u_n$

1)بين أن (v_n) م .هـ يطلب تعيين أساسها وحدها

2)احسب بدلالة n العدد S_n حيث $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} v_k$

3) أ) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) احسب u_n بدلالة n ثم $\lim_{x\to+\infty} u_n$

لتكن المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N^*}$ التي جميع حدودها موجبة تماما والمعرفة كمايلي : $\begin{cases} u_1 = e^2 \\ u_n^2 \times e = u_{n-1} \end{cases}$

والتكن $(v_n)_{n\in N^*}$ متتالية عددية معرفة: $v_n = \frac{1+\ln u_n}{2}$.

1)أثبت أن (v_n) م.هـ يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

2) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n .

3) ليكن المجموع $S_n = v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + v_n$

الجداء $P_n = u_1 \times u_2 \times u_3 \times \ldots \times u_n$.

أ)أكتب S_n بدلالة P_n ، ثم أحسب بدلالة n كلا من S_n و P_n .

ب) احسب $\lim_{n\to+\infty} v_n$ ، ثم $\lim_{n\to+\infty} u_n$ و $\lim_{n\to+\infty} P_n$.

$(u_n)_{n\in N^*}$ المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

1) f معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = x - \ln(x+1)$

أ) أدرس تغيرات الدالة f ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x ، $\ln(x+1) \le x$.

ب)استنتج أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $\ln(u_n) \le 1$

جـ) المتتالية (u_n) هل يمكن أن تقبل $+\infty$ كنهاية ؟

2)(v_n) متتالية معرفة من أجل $n \in \mathbb{N}^*$ بـ: $v_n = \ln(u_n)$.

أ) نضع $x = \frac{1}{n}$ ، عبر عن v_n بدلالة x .

ب)ما قيمة النهاية $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}$ ؟(علل)احسب $\lim_{n\to+\infty} v_n$

جـ)استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.

(U_n) متتالية عددية معرفة بـ: $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2n \end{cases}$

1)احسب U_1، U_2، U_3

2)برهن انه من أجل كل $n \in \mathbb{N} : U_n \ge n$ استنتج $\lim_{x\to+\infty} U_n$

3) (V_n) متتالية معرفة بـ $V_n = U_n - 4n + \alpha$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$

ا)عين العدد الحقيقي α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية يطلب تعين اساسها وحدها الاول

ب)اكتب عبارة V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n

3-أ)احسب بدلالة n كلا من:

$W_n = U_0 + U_1 + U_2 + . + U_n$ و $S_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_n$

ب) أحسب كلا من $\lim_{x\to+\infty} S_n$ و $\lim_{x\to+\infty} W_n$

جـ)عين العدد الطبيعي n والتي من أجلها يكون:

$$W_n - S_n = 0$$

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي

$\left.\begin{matrix} U_0 = 2 \\ U_n - 2U_{n-1} = 2n + 3 \end{matrix}\right\}$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

1)برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $U_n = 2^{-n} - 2n + 1$

2)أ-أثبت أنه يوجد عدد طبيعي m ، تكون من أجله المتتالية (V_n) والمعرفة بـ: $V_n = U_n + mn - 1$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول

ب- احسب بدلالة n المجموع: $S_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_n$

3) لتكن في المستوي النقط A، B، C و K التي تحقق العلاقة : $2\overrightarrow{KA} + 3\overrightarrow{KB} + \lambda\overrightarrow{KC} = \vec{0}$ حيث $\lambda \in \mathbb{R}$

عين λ حتى تكون K مرجحا للجملة :

$$\{(A;S_0),(A;S_1),(A;S_2)\}$$