III- مسائل الاستمثال :

- **المسألة الأولى (صفحة 99) :**

1 - **الإثبات :**

المثلث KBL قائم في B إذن وحسب نظرية فيثاغورس فإن : $KL^2 = KB^2 + BL^2$ أي :

$\boxed{KL^2 = x^2 + y^2}$ .....(1)

2 - **الإثبات :**

• لدينا $KL = KM + ML$ لكن : $KM = KA$ و $ML = LC$ إذن : $KL = KA + LC$ لكن : $KA = 2x$ و $LC = 2 - y$

إذن : $KL = 2 - x + 2 - y$ أي :

$\boxed{KL = 4 - x - y}$

• لدينا : $KL = 4 - x - y$ إذن : $KL^2 = (4 - x - y)^2$ أي : $KL^2 = [(4 - x) - y]^2$ أي :

$$KL^2 = (4-x)^2 - 2(4-x)y + y^2$$

أي:

$\boxed{KL^2 = x^2 + y^2 - 8x - 8y + 2xy + 16}$

(2)....

3 - **الاستنتاج:**

من (1) و (2) نستنتج أن :

أي : $-8x - 8y + 2xy + 16 = 0$

أي : $4x + 4y - xy - 8 = 0$ أي :

$4x + y(4-x) - 8 = 0$ أي :

$y(4-x) = -4x + 8$

لكن $x \in]0;2[$ إذن $x \neq 4$ ومنه : $y = \frac{-4x+8}{4-x}$ أي :

$$y = \frac{4x-8}{x-4}$$

• لدينا : $KL = 4 - x - y$ إذن : $KL = 4 - x - \frac{4x-8}{x-4}$ أي :

$$KL = \frac{(x-4)(4-x)-(4x-8)}{x-4}$$

أي : $\boxed{KL = \frac{-x^2+4x-8}{x-4}}$

4 - f الدالة المعرفة على $]0;2[$ بـ : $f(x) = \frac{-x^2+4x-8}{x-4}$

– **دراسة تغيرات f :**

- **مجموعة التعريف :** f معرفة على المجال $]0;2[$

- **المشتقة و دراسة تغيراتها :**

من أجل كل x من $]0;2[$ فإن :

$f'(x) = \frac{(-2x+4)(x-4)-(-x^2+4x-8)}{x^2+4-8x}$ أي :

$$f'(x) = \frac{-x^2+8x-8}{(x-4)^2}$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة البسط $(-x^2+8x-8)$ على المجال $]0;2[$.

$\Delta = 32$, $\Delta > 0$ إذن لكثير الحدود $(-x^2+8x-8)$ جذران متمايزان x_1 و x_2 حيث : $x_1 = \frac{-8-\sqrt{32}}{-2}$ و $x_2 = \frac{-8+\sqrt{32}}{-2}$ أي : $x_1 = 4 + 2\sqrt{2}$ و $x_2 = 4 - 2\sqrt{2}$

ومنه جدول الإشارة التالي :

x	0	$4-2\sqrt{2}$		$4+2\sqrt{2}$	2
$-x+8x-8$	-	0	+	0	-

إذا كان $x = 4 - 2\sqrt{2}$ فإن : $f'(x) = 0$

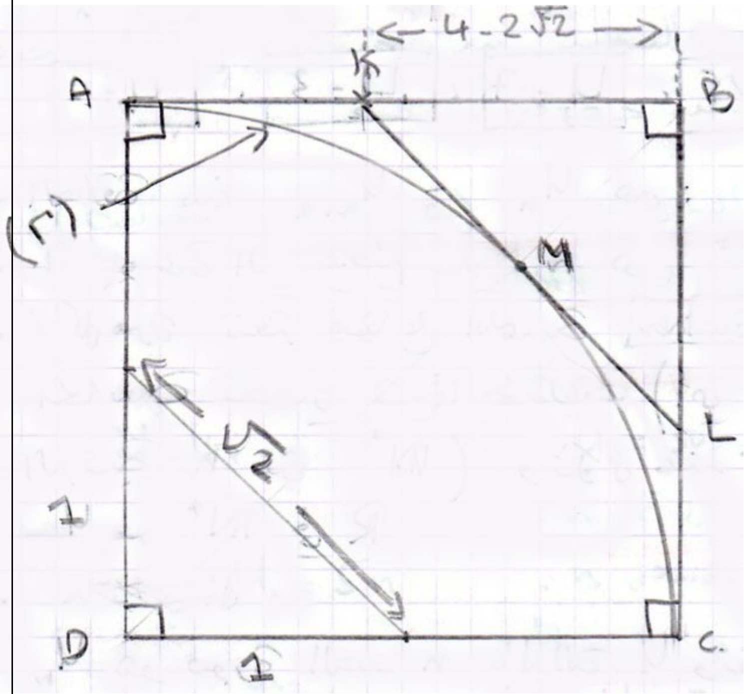
إذا كان $x \in]0;4-2\sqrt{2}[$ فإن : $f'(x) < 0$

إذا كان $x \in]0;4-2\sqrt{2}[$ فإن : $f'(x) > 0$

- جدول التغيرات :

x	0		$4-2\sqrt{2}$		2
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		↘		↗	

الاستنتاج : لدينا : $KL = f(x)$ إذن : يأخذ الطول KL أصغر قيمة إذا أخذت f أصغر قيمة و حسب جدول التغيرات f نستنتج أن الطول KL يأخذ أصغر قيمة من أجل $x = 4 - 2\sqrt{2}$



بواسطة بن محمد إسلام isba2007@hotmail.fr

ثانوية هواري بومدين – اليشير – برج بوعريريج