الواجب المنزلي الثالث في مادة الرياضيّات

المستوى: 2 ع ت 1 و 2 سلّم يوم: 06 \ 01 \ 2014 يرجع يوم: 13 \ 01 \ 2014

التمرين الأوّل:

(U_n) متتالية معرّفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $U_{n+2} = \frac{4}{3}U_{n+1} - \frac{1}{3}U_n$ و $U_1 = 2$ و $U_0 = 1$.
المتتالية (V_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ كمايلي $V_n = U_{n+1} - U_n$

1) أحسب V_0 و V_1

2) برهن أنّ (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

3) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_{n-1}$.

ب) برهن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n $U_n = \frac{3}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right) + 1$.

ج) بيّن أنّ (U_n) متقاربة.

التمرين الثاني:

(U_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $U_0 = 3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n :
$U_{n+1} = \left(\frac{2a+1}{3}\right)U_n - \frac{2a+4}{3}$ ؛ حيث a وسيط حقيقي.

1) عيّن قيمة a التي من أجلها تكون المتتالية (U_n) ثابتة.

2) نفرض أنّ $a \neq \frac{5}{2}$. عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (U_n) حسابية، ثمّ أحسب عندئذ U_n ومجموع n حدا الأولى من المتتالية.

3) عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (U_n) هندسية، ثمّ عيّن في هذه الحالة كلا من U_{50} ومجموع 50 حدا الأولى منها.

4) نفرض $a = 4$ ونقبل أنّ $U_n = 3^n + 2$. بيّن أنّ: $U_0 + U_1 + \ldots + U_n = \frac{1}{2}(3^{n+1} + 4n + 3)$.

الأستاذ: ريحان صلاح الدين بالتوفيق