

01 (1) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

$$x^2 - 7x - 8 = 0, x^2 + x + 1 = 0, x^2 + 5x - 6 = 0$$

(2) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

$$x^2 + 3x < 0, -4x^2 - x + 18 \geq 0, 2x^2 + x - 3 \leq 0$$

02 (1) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

$$(x^2 + 3x - 4)^2 = (x^2 + 8x + 4)^2, x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$$

$$x + 4\sqrt{x} - 5 = 0, 2x^2 + 3|x - 2| - 5 = 0, x|x| + 3x - 4 = 0$$

(2) حل في  $\mathbb{R}$  جملة المتراجحتين ذات المجهول الحقيقي x

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 7 \geq 0 \dots (1) \\ (x + 2)(x - 3) \leq 0 \dots (2) \end{cases}$$

03 (1) انشر العبارة:  $(\sqrt{3} + 2)^2$

(2) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $-2x^2 - (\sqrt{3} - 2)x + \sqrt{3} = 0$

(3) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث :

$$-2x^2 - (\sqrt{3} - 2)x + \sqrt{3} = -2(x - a)(x - b)$$

(4) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة:  $-2x^2 - (\sqrt{3} - 2)x + \sqrt{3} \geq 0$

04 حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة التالية:  $x^2 - 5x + 6 = 0$

استنتج قيم العددين a و b حيث:  $a + b = 5$  و  $a \cdot b = 6$

05 حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات والمتراجحات التالية

$$(1) \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2} = -x, \frac{5x^2 - 11x + 2}{3x^2 - 7x + 2} = 0$$

$$(2) \frac{x + 1}{x - 1} \leq \frac{x - 1}{x + 1}, \frac{-4x^2 + x + 5}{1 - x^2} \leq 0, \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x} \geq 0$$

06 حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات والمتراجحات التالية

$$(1) \sqrt{3x + 4} - \sqrt{x - 3} = 3, \sqrt{1 - x} = x + 1$$

$$(2) 2\sqrt{1 + x^2} - x \leq 0, 2x - \sqrt{x^2 + 1} \geq 0$$

07 تعطى المعادلة (1)  $2x^2 - 3x - 5 = 0 \dots$

دون حساب الحلين  $x_1$  و  $x_2$

(1) بين أن المعادلة (1) تقبل حلين  $x_1$  و  $x_2$  مختلفين في الإشارة

$$(2) احسب  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}, x_1^4 + x_2^4, (x_1 - x_2)^2, x_1^2 + x_2^2$$$

08 (1) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

$$x^6 - 9x^3 + 8 = 0, x^4 + 4x^2 - 12 = 0, x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

(2) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

$$x^4 - 5x^2 + 4 \leq 0, -x^4 - x^2 + 6 \geq 0, x^4 - 1 \leq 0$$

09 ABC مثلث قائم في A حيث:  $AB = x, AC = y, BC = 10$

عين x ، y حتى يكون محيط المثلث ABC يساوي 24cm

$$10 \text{ ليكون } x \text{ و } y \text{ عدداً طبيعياً حيث: } \begin{cases} x - y = 1 \\ x^3 - y^3 = 61 \end{cases}$$

(1) أنشر العبارة  $(x - y)^3$  ، ثم استنتج الجداء xy .

(2) أحسب قيمة  $x^2 + y^2$  دون حساب x و y ثم استنتج قيمتي x و y

11 ليكن  $f_m(x)$  كثير حدود لمتغير حقيقي x حيث:

$$f_m(x) = (m - 2)x^2 - (m + 1)x + m + 2$$

(1) احسب  $f_0(2)$  ،  $f_2(0)$

(2) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة ذات المجهول x:  $f_2(x) = f_m(0)$

(2) عين مجموعة قيم m حتى يكون للمعادلة:  $f_m(x) = 0$

$$(أ) حلين متساويين ، ب) حلين x' و x'' يحققان:  $\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = 1$$$

12 نعتبر المعادلة ذات المجهول x التالية :

$$(1) \dots (1) x^2 - (m + 1)x + \frac{5}{4}m - \frac{1}{4} = 0 \text{ (وسيط حقيقي)}$$

عين قيم m حتى تقبل المعادلة (1)

(1) جذرا مضاعفا احسبه ، (2) حلين موجبين تماما .

(3) حلين سالبين تماما . (4) حلين مختلفين في الإشارة

(5) لا تقبل المعادلة (1) حلوياً

$$13 \text{ f دالة عددية حيث: } f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 9}{2x^2 + x - 6}$$

(1) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

$$2x^2 + 3x - 9 = 0 \text{ و } 2x^2 + x - 6 = 0$$

(2) عين D مجموعة تعريف الدالة f ثم اختزل f(x)

(3) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:  $f(x) = 1$  ،  $f(x) = 0$

(4) ادرس إشارة كلا من :  $2x^2 + x - 6$  و  $2x^2 + 3x - 9$

ثم استنتج حلول المتراجحة :  $f(x) < 0$  .

14 ليكن كثير الحدود حيث  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

(1-أ) أحسب  $f(3)$  ، ماذا تستنتج ؟

(ب) عين الأعداد الحقيقية  $\alpha, \beta, \delta$  بحيث : من أجل كل عدد

$$\text{حقيقي } x, f(x) = (x - 3)(\alpha x^2 + \beta x + \delta)$$

(ج) استنتج حلول المعادلة:  $f(x) = 0$

(د) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة :  $f(x) < 0$

(2) عين كثير الحدود g(x) من الدرجة الثالثة والذي يقبل

$$\text{الجذرين 2 و -3 ويحقق : } g(-1) = g(3) = 24$$

15 ليكن كثير الحدود حيث:  $f(x) = x^3 - 8x^2 + 17x - 10$

(1) بين أن العدد 2 هو جذرا لكثير الحدود f(x)

(2) استنتج تحليل f(x) إلى جداء عاملين .

(3) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $f(x) = -10$  ثم المتراجحة  $f(x) < 0$

$$(5) \text{ حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } x\sqrt{x} - 8x + 17\sqrt{x} - 10 = 0$$

16  $f_m(x)$  كثير حدود حيث:  $f_m(x) = (2m + 1)x^2 + 2x + m + 1$

عين قيم m الوسيط الحقيقي m في كل حالة

(1) المعادلة  $f_m(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً يطلب تعيينه

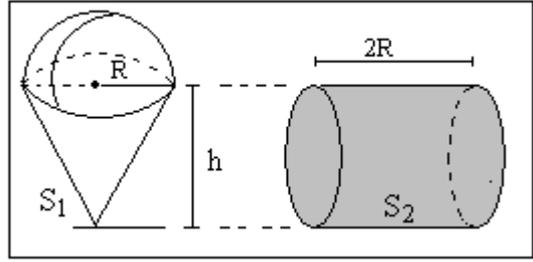
(2) العدد (-2) حلاً للمعادلة  $f_m(x) = 0$  ثم استنتج الحل الآخر

(3) المعادلة  $f_m(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما مقلوب للآخر

(4) المعادلة  $f_m(x) = 0$  تقبل حلين متناظران .

17 مجسم  $S_1$  مشكل من نصف كرة قطرها  $2R$  ومخروط

دوراني له نفس نصف القطر وارتفاعه  $h$ ، ومجسم  $S_2$  عبارة عن اسطوانة دوار نية ارتفاعها  $2R$  وقطر قاعدتها  $h$



• عين النسبة  $\frac{R}{h}$  حتى يكون للمجسمين نفس الحجم .

• أي المجسمين له أكبر مساحة في هذه الحالة ؟

18  $m$  وسيط حقيقي و  $g(x)$  كثير حدود حيث:

$$g(x) = x^4 - (m-1)x^2 - m$$

(1) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $g(x) = 0$  من أجل  $m=2$

(2) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة  $g(x) > 0$  من أجل  $m=3$

(3) عين قيم  $m$  التي تجعل المعادلة  $g(x) = 0$

تقبل أربعة حلول مختلفة في  $\mathbb{R}$ .

19  $AB$  مستطيل طوله  $10\text{cm}$  وعرضه  $6\text{cm}$

ننشئ مربعا  $AMNP$  بحيث تكون  $M$  على  $[AB]$  و  $p$  على

$[AD]$  نضع :  $AM=x$

(1) أحسب  $a(x)$  مساحة شبه المنحرف  $MNCB$  بدلالة  $x$ .

(2) عين قيمة  $x$  التي من أجلها المساحة  $a(x)$  اعظمية

ثم احسب  $a(x)$  في هذه الحالة.

(3) هل توجد قيم للعدد  $x$  تكون من أجلها مساحتا  $MNCB$

و  $NCDP$  متساويتين؟

(4) هل توجد قيم للعدد  $x$  تكون من أجلها  $a(x)$  أصغر من

مساحة المربع  $AMNP$ ؟

20 نعتبر كثير  $P_m(x)$  وسيط حقيقي حيث :

$$P_m(x) = (m+1)x^3 + (m-1)x^2 - (m+2)x - m + 2$$

(1) احسب  $P_m(1)$  ثم استنتج قيم  $m$  التي يكون من أجلها 1

جزرا لكثير الحدود  $P_m(x)$ .

(2) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :

$$P_m(x) = (x-1)[(m+1)x^2 + 2mx + m - 2]$$

(3) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة  $P_0(x) \geq 0$  (  $m$  يأخذ القيمة 0 ).

(4) نضع :  $g_m(x) = (m+1)x^2 + 2mx + m - 2$

(أ) عين قيم الوسيط  $m$  التي يكون من أجلها  $g_m(x) < 0$

(ب) استنتج حلول المتراجحة  $P_{-3}(x) \geq 0$ .

21 (1) عين العددين الطبيعيين  $a$  و  $b$  بحيث :  $\begin{cases} a + b = 5 \\ a \times b = 6 \end{cases}$

(2) استنتج حلول الجملة التالية :  $\begin{cases} x + y + x.y = 5 \\ x^2y + y^2x = 6 \end{cases}$

22  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان و  $f(x)$  ،  $g(x)$  كثيرا حدود حيث:

$$f(x) = 2x^4 - 4x^3 - 33x^2 + ax + b$$

$$g(x) = x^2 - x - 12$$

(1) عين  $a$  و  $b$  بحيث يكون  $f(x)$  قابلا للقسمة على  $g(x)$

(2) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $f(x) = 0$

(3) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة :  $f(x) \leq 0$

23  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان و  $f(x)$  كثيرا حدود حيث:

$$f(x) = x^3 + ax + b$$

(1) عين  $a$  و  $b$  بحيث يكون 2 جذرا لـ  $f(x)$  و  $f(0) = -2$

(2) نفرض أن :  $a = -3$  و  $b = -2$

(أ) بين أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  يوجد كثير حدود  $g(x)$

حيث :  $f(x) = (x-2).g(x)$ .

(ب) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلتين :  $f(x) = 0$  ،  $f(x) = -2$

24 نعتبر كثيرا الحدود حيث :  $f(x) = 4x^3 - 16x^2 + 13x - 3$ .

(1) احسب  $f(3)$  ثم استنتج تحليلا لـ  $f(x)$ .

(2) عين قيم  $x$  في كل حالة :  $f(x) = 0$  ،  $f(x) < 0$ .

25 (1) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $2x^2 + x - 1 = 0$ .

(2)  $P(x)$  دالة كثيرة حدود للمتغير الحقيقي  $x$  حيث

$$P(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2 :$$

(أ) احسب  $P(0)$  و  $P(-2)$  و  $P(\sqrt{3})$  استنتج جذرا لـ  $P(x)$

(ب) بين انه يوجد كثير حدود  $Q(x)$  حيث :

$$P(x) = (x+2)Q(x)$$

(ج) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة  $P(x) \leq x - 2$

26 نعتبر كثيرا الحدود  $f(x)$  حيث

$$f(x) = x^3 + 4x^2 + 3x + 12 :$$

(1) احسب  $f(0)$  ،  $f(-4)$  ،  $f(\sqrt{3})$

- بين أن العدد (-4) جذرا لكثير الحدود  $f(x)$ .

(2) عين الأعداد الحقيقية  $a$  ،  $b$  و  $c$  بحيث يكون من أجل

$$f(x) = (x+4)(ax^2 + bx + c) : x \in \mathbb{R}$$

(3) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التاليتين :  $f(x) = 0$  ،  $f(x) = 12$

27 (I) ليكن كثيرا الحدود للمتغير الحقيقي  $x$  حيث :

$$P_m(x) = (m+2)x^2 - 2mx + (2m-3)$$

(1) احسب  $P_1(1)$  ماذا تستنتج ؟

(2) عين قيم  $m$  والتي من أجلها يكون للمعادلة  $P_m(x) = 0$

حلين مختلفين في الإشارة.

(II) حل في  $\mathbb{R}$  كلا من المعادلة:

$$\frac{1}{x-1} = P_{-2}(x) \quad \text{و} \quad \frac{1}{x-2} \leq 1$$

جمع وإعداد الأستاذ: بالعبدي محمد العربي

عيدكم مبارك وكل عام وانتم بـ 1000 خير