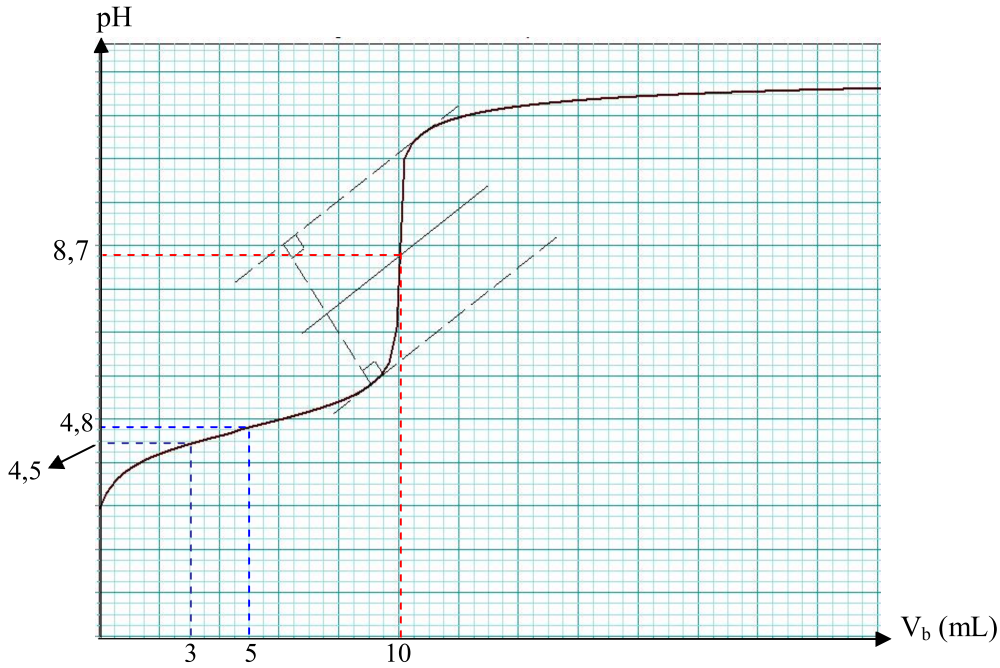
تصحيح اختبار الفصل الثـاني في العلوم الفيزيـائية – بكالوريا 2008

التمرين الأول

1 – برسم المماسين المتوازيين نحدّد نقطة التكافؤ (10 mL , 8,7) E .



2 - من البيان لدينا pK_A الثنائية CH_3COOH / CH_3COO^- هو الـ pH الموافق لنصف حجم التكافؤ أي $pK_A = 4,8$

من العلاقة $pH = pK_A + Log\dfrac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$

نستنتج أنه لما يكون في المحلول $pH = pK_A$ للثنائية CH_3COOH / CH_3COO^- ، يكون تركيزا الفردين الكيميائيين في هذه الثنـائية متساويين .

أما لما يكون pH أقل من pK_A (pH = 4,5) يصبح $Log\dfrac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} < 0$ ، أي أن المقام أكبر من البسط في النسبة $\dfrac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$ ، وبالتالي يكون الفرد المتغلب هو CH_3COOH .

3 - أ) $CH_3COOH_{(aq)} + (Na^+, OH^-)_{(aq)} = (Na^+, CH_3COO^-)_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

ب) جدول التقدم من أجل V' = 3 mL (يمكن استعمال أي حجم للمحلول الأساسي)

كمّيتا مادة الأساس والحمض عند $t = 0$:

الأساس : $n(OH^-) = C_b \times V' = 0,1 \times 3 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-4}$ mol

الحمض : نحسب التركيز المولي C_a للحمض من العلاقة $C_a = \dfrac{C_b\ V_{B_E}}{V_a} = \dfrac{0,1 \times 10}{10} = 0,1\ mol/L$

كمية مادة الحمض هي : $n(CH_3COOH) = C_a \times V_a = 0,1 \times 10 \times 10^{-3} = 10^{-3}$ mol

	$CH_3COOH_{(aq)}$ +	$OH^-_{(aq)}$ =	$CH_3COO^-_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$
$t = 0$	1×10^{-3}	3×10^{-4}	0	كثير
الحالة الانتقالية	$1 \times 10^{-3} - x$	$3 \times 10^{-4} - x$	x	كثير
الحالة النهائية	$1 \times 10^{-3} - x_{éq}$	$3 \times 10^{-4} - x_{éq}$	$x_{éq}$	كثير

جـ) نحسب كمية مادة OH^- في المزيج عند إضافة 3 mL من المحلول الأسـاسي :

$$\left[OH^-\right] = \frac{10^{-14}}{10^{-4,5}} = 10^{-9,5} = 3,2\times10^{-10}\ mol$$ ، وبالتالي :

$$n\,(OH^-) = [OH^-] \times (V_a + V') = 3,2 \times 10^{-10} \times 13 \times 10^{-3} = 4,2 \times 10^{-12}\ mol$$

من جدول التقدم لدينا : $3 \times 10^{-4} - x_{éq} = 4,2 \times 10^{-12}$ ومنه $x_{éq} = 3 \times 10^{-4} - 4,2 \times 10^{-12} \approx 3 \times 10^{-4}\ mol$

د) لدينا كلا المتفاعلين محد وبالتالي $x_{max} = 3 \times 10^{-4}\ mol$

النسبة النهائية للتقدم هي $\tau = \dfrac{3\times10^{-4}}{3\times10^{-4}} = 1$ ، وبالتالي تفاعل المعايرة تــام .

4 - الأنواع الكيميائية المتواجدة عند نقطة التكافؤ هي H_3O^+ ، OH^- ، Na^+ ، CH_3COO^- ، CH_3COOH

التركيز المولي لـ CH_3COOH :

الطريقة الأولى : الأساس المرافق لحمض الإيثانويك هو أساس ضعيف يتفاعل مع الماء حسب المعادلة :

$$CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)}$$

بقدر ما ينتج OH^- ينتج معه CH_3COOH ، وبالتالي

$$\left[CH_3COOH\right] = \left[OH^-\right] = \frac{10^{-14}}{10^{-pH}} = \frac{10^{-14}}{10^{-8,2}} = 10^{-5,8} = 1,6\times10^{-6}\ mol$$

الطريقة الثانية :

$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-8,2} = 6,3 \times 10^{-9}\ mol/L$ ، $\left[OH^-\right] = \dfrac{10^{-14}}{10^{-pH}} = \dfrac{10^{-14}}{10^{-8,2}} = 10^{-5,8} = 1,6\times10^{-6}\ mol$

$$\left[Na^+\right] = \frac{C_B\ V_{B_E}}{V_A + V_{B_E}} = \frac{0,01\times10}{20} = 5,0\times10^{-3}\ mol/L$$

حسب قانون انحفاظ الشحنة في المحلول : $[Na^+] + [H_3O^+] = [OH^-] + [CH_3COO^-]$ (1)

وبإهمال $[H_3O^+]$ لأنه فائق القلة ، وكذلك $[OH^-]$ لأنه صغير أمام $[Na^+]$ ، ومنه

$$[CH_3COO^-] \approx [Na^+] = 5,0 \times 10^{-3}\ mol/L$$

حسب قانون انحفاظ مادة الحمض في المحلول : $\left[CH_3COOH\right] = \dfrac{C_A\ V_A}{V_A + V_{B_E}} - \left[CH_3COO^-\right]$ (2)

نستخرج $[CH_3COO^-]$ من العلاقة (1) : $[CH_3COO^-] = [Na^+] - [OH^-]$ (3)

نعوّض عبارة $[CH_3COO^-]$ من العلاقة (3) في العلاقة (2) ، مع العلم أن $\left[Na^+\right] = \dfrac{C_B\ V_{B_E}}{V_A + V_{B_E}} = \dfrac{C_A\ V_A}{V_A + V_{B_E}}$ (التكافؤ)

وبالتالي نجد : $[CH_3COOH] = [Na^+] - ([Na^+] - [OH^-]) = [OH^-] = 1,6 \times 10^{-6}\ mol/L$

التمرين الثاني

1 - الثنائيتان الداخلتان في التفاعل هما $HCOOH / HCOO^-$ و CH_3COOH / CH_3COO^-

معادلة التفاعل $CH_3COO^-_{(aq)} + HCOOH_{(aq)} = CH_3COOH_{(aq)} + HCOO^-_{(aq)}$

2 – ثابت التوازن : $K = \dfrac{[CH_3COOH]_f \times [HCOO^-]_f}{[CH_3COO^-]_f \times [HCOOH]_f}$ ، وبضرب البسط والمقام في $[H_3O^+]$ نجد :

$$K = \frac{[CH_3COOH]_f \times [HCOO^-]_f}{[CH_3COO^-]_f \times [HCOOH]_f} \times \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]} = \frac{K_{A1}}{K_{A2}} = \frac{10^{-3,8}}{10^{-4,8}} = 10$$

3 - العلاقة بين K و τ

جدول التقدم

	$CH_3COO^-_{(aq)}$ +	$HCOOH_{(aq)}$ =	$CH_3COOH_{(aq)}$ +	$HCOO^-_{(aq)}$
$t = 0$	C_1V_1	C_2V_2	0	0
الحالة الانتقالية	$C_1V_1 - x$	$C_2V_2 - x$	x	x
الحالة النهائية	$C_1V_1 - x_f$	$C_2V_2 - x_f$	x_f	x_f

$$K = \frac{x_f^2}{(C_1V_1 - x_f)(C_2V_2 - x_f)} \qquad (1)$$

لدينا $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$ ، و لكي نحدّد التقدّم الأعظمي x_{max} يجب تحديد المتفاعل المحد في حالة فرض أن التفاعل تام .

$C_1V_1 - x = 0$ ، ومنه $x = C_1V_1 = 10^{-2} \times 0,01 = 10^{-4}$ mol

$C_2V_2 - x = 0$ ، ومنه $x = C_2V_2 = 10^{-2} \times 0,02 = 2 \times 10^{-4}$ mol

نستنتج أن المتفاعل المحد هو الإيثانوات ، وبالتالي $x_{max} = C_1V_1$

من جهة أخرى لدينا $C_2V_2 = 2\,x_{max}$

نعوّض في العلاقة (1) :

$$K = \frac{x_f^2}{(2x_{max} - x_f)(x_{max} - x_f)} = \frac{x_f^2}{x_f x_f\left(\dfrac{2x_{max}}{x_f} - 1\right)\left(\dfrac{x_{max}}{x_f} - 1\right)}$$

$$K = \frac{1}{\left(\dfrac{2}{\tau} - 1\right)\left(\dfrac{1}{\tau} - 1\right)} = \frac{\tau^2}{(2-\tau)(1-\tau)}$$

4 - نحل المعادلة $10 = \dfrac{\tau^2}{(2-\tau)(1-\tau)}$ ذات المجهول τ .

$\tau^2 = 10\,(2 - 3\,\tau + \tau^2)$

حل المعادلة من الدرجة الثانية يعطينا جذرين هما $\tau_1 = 0,92$ ، $\tau_2 = 2,41$ (مرفوض)

نسبة التقدم النهائي هي 92 % .

التمرين الثالث

1 – مدّة الشحن هي $t = 5\,\tau = 5\,RC = 5 \times 1000 \times 50 \times 10^{-6} = 0{,}25\ s$

2 – أ) التحليل البعدي للمعادلة $\dfrac{du_R}{dt} + RC\,u_R = 0$ يعطينا : $\dfrac{[V]}{[T]} + \dfrac{[V]}{[I]} \times \dfrac{[I]\times[T]}{[V]} \times \dfrac{[V]}{[I]} = \dfrac{[V]}{[T]} + \dfrac{[T]\times[V]}{[I]}$

الوحدات غير متجانسة ، يستحيل جمع الحدّين ، إذن المعادلة خاطئة .

حل المعادلة التفاضلية الصحيحة : $RC\dfrac{du_R}{dt} + u_R = 0$ (2)

ب) حل هذه المعادلة التفاضلية يكون من الشكل $u_R = Ae^{\alpha t} + B$ (3)

حيث : A ، B ، α عبارة عن ثوابت .

لكي نحدّد B ، α نعوّض في المعادلة (2) : $u_R = Ae^{\alpha t} + B$ و $\dfrac{du_R}{dt} = A\alpha\ e^{\alpha t}$ ، ونكتب :

$$RCA\alpha\, e^{\alpha t} + \left(Ae^{\alpha t} + B \right) = 0$$

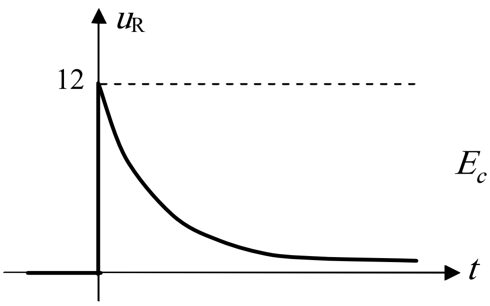
$$Ae^{\alpha t}\left(\alpha RC + 1\right) + B = 0$$

حتى تكون هذه المعادلة محققة يجب أن يكون $\alpha = -\dfrac{1}{RC}$ و $B = 0$

نستنتج A من المعادلة (3) ، حيث يكون عند اللحظة $t = 0$ فرق الكمون بين طرفي الناقل الأومي $u_R = E$.

بالتعويض : $E = Ae^{0} + 0$ ، إذن $A = E$.

$$u_R = E\ e^{-\frac{1}{RC}t}$$

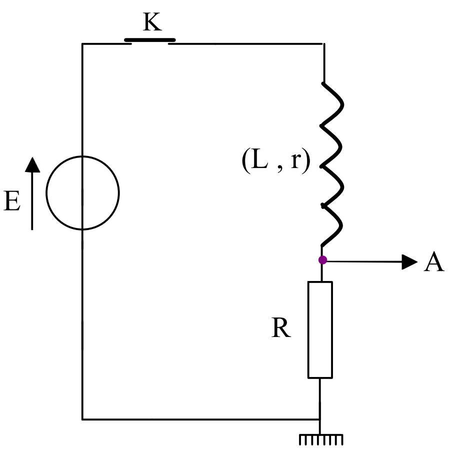


جـ) تمثيل $u_R(t)$

3 - الطاقة المخزنة في المكثفة $E_c = \dfrac{1}{2}CE^2 = \dfrac{1}{2}50\times10^{-6}\times144 = 3{,}6\times10^{-3}\ J$

4 - أ) $E'_c = \dfrac{1}{2}C'E^2 = \dfrac{1}{2}60\times10^{-6}\times144 = 4{,}32\times10^{-3}\ J$

ب) $\Delta E_c = W$ ، حيث W هو العمل الميكانيكي الخارجي الذي أنفقَ من أجل تقريب اللبوسين .



التمرين الرابع

1 – قيمة r في التركيب الأول $r = \dfrac{E}{I} = \dfrac{6}{0{,}43} = 13{,}95\ \Omega$

2 – وصل الدارة لراسم الإهتزاز المهبطي

3 - **الطريقة الأولى** : من ثابت الزمن $\tau = \dfrac{L}{R + r}$ ، ومنه

$$r=\frac{L-\tau R}{\tau}=\frac{0,25-10,4\times10^{-3}\times10}{10,4\times10^{-3}}=14\Omega$$

الطريقة الثانية

لدينا فرق الكمون بين طرفي الوشيعة هو $u_L = E - u_R = 6 - 2,5 = 3,5\ V$

ولدينا كذلك $r=\frac{u_L}{I}$ ، أما شدة التيار فهي $I=\frac{u_R}{R}=\frac{2,5}{10}=0,25\,A$ ، وبالتالي $r=\frac{3,5}{0,25}=14\Omega$

4 - تمثيل التوتر بين طرفي الوشيعة :